Gabarito

01) $A(1,-2,-3)$ e $B(3,1,-4)$

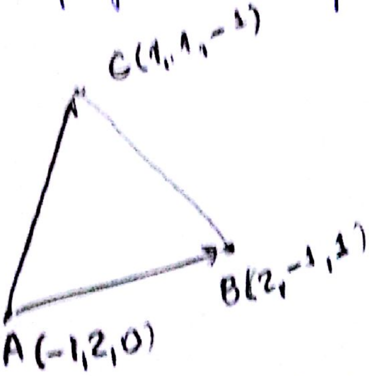
$\overrightarrow{AB} = B - A = (3,1,-4) - (1,-2,-3) = (2,3,-1)$

Assim a equação da reta parametrizada é:

$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + at = 1 + 2t \\ y = y_0 + bt = -2 + 3t \\ z = z_0 + ct = -3 - t \end{cases}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -4 - t \end{cases}}$$

Equação do plano $\vec{n} \cdot \overrightarrow{P_0P}$

02) Eq. geral do plano: Vetor normal $(\vec{n})$



$\vec{n} = \vec{v_1} \times \vec{v_2}$

$\vec{v_1} = (1,1,-1) - (-1,2,0) = (2,-1,-1)$

$\vec{v_2} = (2,-1,1) - (-1,2,0) = (3,-3,1)$

$$\vec{v_1} \times \vec{v_2} = \vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = -4i - 5j - 3k = (-4,-5,-3)$$

Eq. do plano:

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$-4(x - (-1)) - 5(y - 2) - 3(z - 0) = 0$

$-4x - 4 - 5y + 10 - 3z = 0$

$-4x - 5y - 3z + 6 = 0$

$\boxed{4x + 5y + 3z - 6 = 0}$ Eq. do plano

03) $\vec{a} = (2, 1, \alpha)$

$\vec{b} = (\alpha+2, -5, 2)$

$\vec{c} = (2\alpha, 8, \alpha)$

Determine α para que $\vec{a}+\vec{b} \perp \vec{c}-\vec{a}$

$\vec{a}+\vec{b} = (2,1,\alpha) + (\alpha+2, -5, 2) = (4+\alpha, -4, \alpha+2)$

$\vec{c}-\vec{a} = (2\alpha-2, 7, 0)$

Como $\vec{a}+\vec{b}$ e $\vec{c}-\vec{a}$ são ortogonais

$(\vec{a}+\vec{b}) \cdot (\vec{c}-\vec{a}) = 0$

$(4+\alpha, -4, \alpha+2)(2\alpha-2, 7, 0) = 0$

$(4+\alpha)(2\alpha-2) + (-4)(7) + 0 = 0$

$8\alpha - 8 + 2\alpha^2 - 2\alpha - 28 = 0$

$2\alpha^2 + 6\alpha - 36 = 0$

$\alpha^2 + 3\alpha - 18 = 0$

$\alpha = \dfrac{-3 \pm \sqrt{81}}{2}$, $\alpha' = \dfrac{-3+9}{2} = 3$, $\alpha'' = \dfrac{-3-9}{2} = -6$

$\boxed{\alpha = 3 \text{ ou } -6}$

04) II, I, IV, III (c)

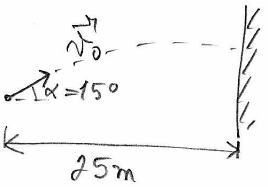
Gabarito:

(5) Se $\vec{r}(t) = (3{,}0 + 5{,}0t^2)\hat{i} + (8t - 1)\hat{j}$ a velocidade será

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = (10\,t)\hat{i} + 8\,\hat{j}}\ \text{em m/s}$$

e a aceleração $\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = (10\ m/s^2)\,\hat{i}}$

(6)



Equações de movimento

$$\Delta x = 30\cos(15°)\,t$$

$$\Delta y = 30\,\text{sen}(15°)\,t - \frac{9{,}81}{2}t^2$$

$$v_y(t) = 30\,\text{sen}(15°) - 9{,}81 \cdot t$$

$$v_{0x} = 30 \cdot \cos 15°$$

$$v_{0y} = 30 \cdot \text{sen}\,15°$$

$$a_x = 0\ m/s^2$$

$$a_y = -9{,}81\ m/s^2$$

(a) Para chegar até a parede, $\Delta x = 25m$ e o tempo para isso:

$$t_{25} = \frac{25}{30 \cdot \cos(15°)}$$

$$\boxed{t_{25} = 0{,}8627\,s}$$

Assim, o deslocamento vertical será $\Delta y(t_{25}) = 30\,\text{sen}\,15° \cdot 0{,}8627 - \frac{9{,}81}{2}(0{,}8627)^2$

$$\therefore \boxed{\Delta y = 3{,}05\ m}$$

b) O ponto mais alto ocorre no instante em que $v_y = 0 = 30\,\text{sen}\,15° - 9{,}81 \cdot t$

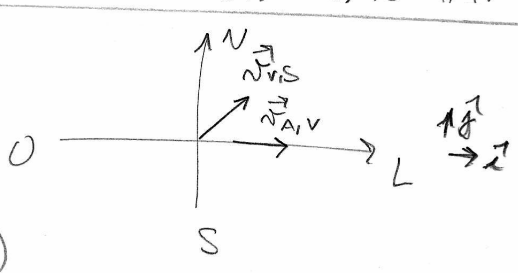
com $t = \frac{30\,\text{sen}\,15°}{9{,}81} = 0{,}791\,s < 0{,}8627\,s$.

Portanto, a bola já passou do ponto mais alto de sua trajetória ao bater na parede. $v_y(t_{25}) = -9699\ m/s$ e $v_x(t_{25}) = 28{,}98\ m/s$.

---

(7) As velocidades são:

- $\vec{v}_{A,V} = (150\,km/h)\,\hat{i}$
- $v_{V,S} = (10\,km/h)(\cos(45°)\hat{i} + \text{sen}(45°)\hat{j})$
$= \frac{10}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$



a) A velocidade do avião (A) em relação ao solo (S) será

$$\vec{v}_{A,S} = \vec{v}_{A,V} + \vec{v}_{V,S} = 150\,\hat{i} + \frac{10}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{10}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

$$\therefore \boxed{\vec{v}_{A,S} = (157{,}07\,km/h)\,\hat{i} + (7{,}07\,km/h)\,\hat{j}}$$

Cujo módulo é 157,23 km/h na direção 2,58° em relação ao Leste.

b) $\Delta\vec{r} = \vec{v}_{A,S} \cdot \Delta t = (157{,}07\,km)\,\hat{i} + (7{,}07\,km)\,\hat{j}$

(8) (a) Se $\vec{a} = (2,5)\hat{\imath} + (-3\,\hat{\jmath})$ e $m = 1,50$ kg, então a força resultante é

$$\boxed{\vec{F} = m\cdot\vec{a} = (3,75\ N)\hat{\imath} + (-4,50\ N)\hat{\jmath}}$$

cujo módulo é 5,86 N na direção $-50,2°$ em relação a $+x$.

(b) $\vec{F_2}$ será, $\vec{F_2} = \vec{F} - \vec{F_1} = (3,75\hat{\imath} - 4,5\,\hat{\jmath}) - (-12)\hat{\jmath}$

$$\boxed{\vec{F_2} = (3,75\ N)\hat{\imath} + (7,50\ N)\hat{\jmath}}$$

(9)

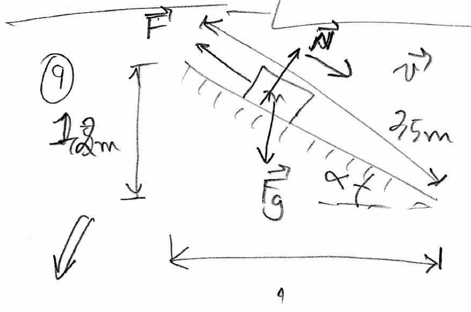
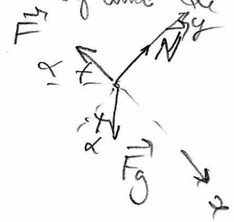


Diagrama de corpo livre



em x:

$F_{gx} - F = m\cdot a_x = 0$

$\therefore F = F_{gx} = mg\cdot \operatorname{sen}\alpha$

$F = 50 \times 9,81 \times 0,48$

$$\boxed{F = 235,44\,N}$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{1,2}{2,5} = 0,48 \\ \cos\alpha = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\alpha} = 0,877 \end{cases}$$

a) A força que o trabalhador faz é de $\boxed{235,44\,N}$ em módulo.

b) o trabalho da força do trabalhador é, com $\vec{d} = (2,5\ m)\hat{\imath}$

$$\boxed{\begin{aligned} W_F &= \vec{F}\cdot\vec{d} = F\cdot d\cdot\cos 180° \\ &= -588,6\,J \end{aligned}}$$

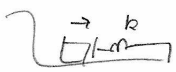
e o trabalho da força gravitacional será

$$\boxed{\begin{aligned} W_g &= mg\,(y_i - y_f) \\ &= 50\cdot 9,81\cdot(2,5 - 0) = 588,6\,J \end{aligned}}$$

(10) Estado 1

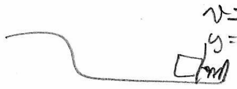
$v = 1,50$ m/s
$y = 2,45$ m
$x = 0$

Estado 2



$v = ?$
$y = 0$
$x = 0$

Estado 3



$v = ?$
$y = 0$
$x = -2$ cm

A energia total do sistema é de

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}mv^2 + mgy = 17,61165\,J$

Aqui a velocidade será

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2\mathcal{E}}{m}}$

$$\boxed{a)\ v = 7,094\ m/s}$$

A energia será

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore v = \sqrt{\dfrac{2}{m}\left(\mathcal{E} - \frac{1}{2}kx^2\right)}$

$$\boxed{b)\ v = 7,086\ m/s}$$