



IX - OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA

2012

NÍVEL III - (Ensino médio)

3ª Fase -14 de Setembro de 2012

Dados do Aluno:

Aluno(a): _____ **G A B A R I T O** _____

Escola: _____ Série: _____

Cidade: _____

Assinatura do(a) Aluno(a): _____

ORIENTAÇÕES:

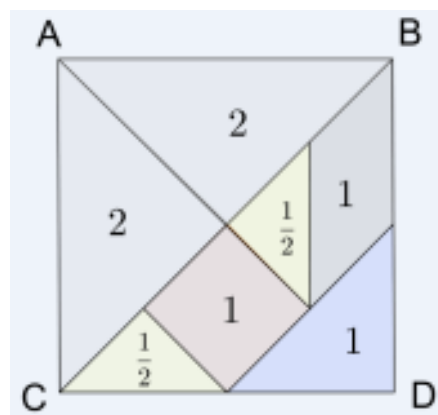
- Preencha as informações acima.
- A prova tem duração de 4 horas.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Serão considerados todos os raciocínios apresentados por você.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Você pode solicitar papel para rascunho.



PROBLEMA 1

NÍVEL 3 (Ensino médio) - 3ª FASE - 2012

O Tangram é formado por 7 peças, que quando montado forma um quadrado como indicado na figura abaixo. Calcule a medida do lado AB, sabendo que as áreas de cada uma das 7 peças estão indicadas na figura.



Solução: Somando a área de cada peça temos a área do quadrado, ou seja:

$$2+2+1+1+1+1/2+1/2=8$$

$$l \cdot l = l^2 = 8$$

$$l = 2\sqrt{2}$$



PROBLEMA 2

NIVEL 3 (Ensino Médio) - 3º FASE - 2012

O polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$ admite as raízes 5 e 2. Determinar os coeficientes a e b.

Solução:

-Se $p(x)$ admite a raiz 5, então $p(5)=0$

$$5^3 + a.5^2 + b.5 = 0$$

Logo $125 + 25.a + 5b = 0$

$$25 + 5a + b = 0$$

-Se $p(x)$ admite a raiz 2, então $p(2)=0$

$$2^3 + a.2^2 + b.2 = 0$$

Logo $8 + 4.a + 2b = 0$

$$4 + 2a + b = 0$$

Formando o sistema, teremos:

$$\begin{cases} 5a + b = -25 \\ -2a - b = 4 \end{cases}$$

$$3a = -21$$

$$a = -7$$

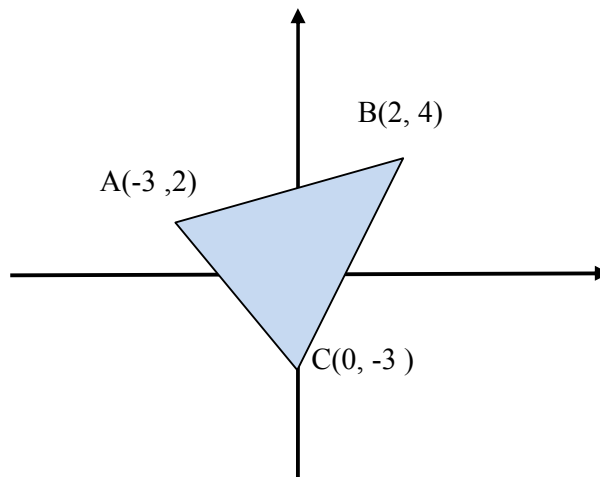
$$b = 10$$



PROBLEMA 3

NÍVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

Um triângulo ABC tem como vértices os pontos indicados na figura abaixo. Calcular a área desse triângulo.



$$S = \frac{1}{2}|D|$$

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\text{Logo } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = -31$$
$$D = |-31| = 31$$

Logo a área = $31/2 = 15,5 \text{ m}^2$



PROBLEMA 4

NÍVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

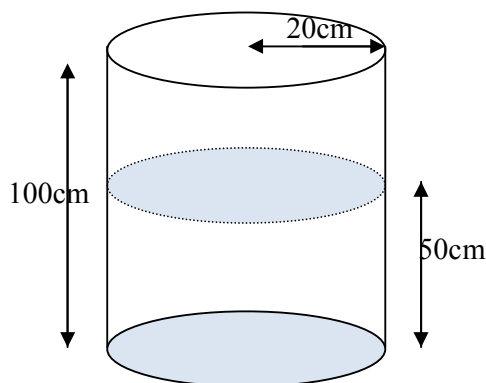
O nenúfar é uma planta aquática tipo Vitória régia. Que se instala e se reproduz na água. Num pequeno lago, a área ocupada por nenúfares, duplica a cada 24 horas. Se um pé de nenúfar demora 30 dias para cobrir todo o lago, em quantos dias dois nenúfares cobrirão esse mesmo lago?

29 dias

PROBLEMA 5

NÍVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

Um recipiente em forma de cilindro mede 100 cm de altura e base de raio 20 cm. O recipiente contém água até a altura 50cm, conforme indicado na figura. Mergulhando-se totalmente um bloco cúbico no recipiente, o nível d'água sobe 45%. Considerando $\pi = 3,0$ calcular a medida da aresta do cubo colocado na água



O volume do cubo é igual ao volume de água que elevou o nível em 45%.



$$\pi.R^2.H = a^3$$

$$\pi.(20)^2.(0,45.50) = a^3$$

$$3.400.22,5 = a^3$$

$$a^3 = 27.000$$

$$a = 30cm$$

[

PROBLEMA 6

NIVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

O marceneiro Zaqueu fabrica um tipo de mesa em 30 horas. Seu amigo Rodolfo, fabrica a mesma mesa em 45 horas. Como Zaqueu recebeu uma encomenda urgente para fabricar uma mesa, ele resolveu chamar Rodolfo para trabalharem juntos e aprontarem a mesa mais rápido. Quanto tempo, Zaqueu e Rodolfo levaram para fabricar a mesma mesa trabalhando juntos ?

15 horas –

Zaqueu- $\frac{1}{2}$ mesa

Rodolfo – $\frac{1}{3}$ mesa

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

Logo 15 horas correspondem a $\frac{5}{6}$

Assim: 15 horas – $\frac{5}{6}$

X horas - $\frac{1}{6}$

X = 3 horas

Como já existiam 15 horas, logo o total é 18 horas para produzir a mesma mesa juntos.



PROBLEMA 7

NIVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

O micron μ é uma unidade de medida correspondente a milésima parte do milímetro. A membrana de uma célula tem a espessura de aproximadamente $0,007 \mu$. Quantas membranas seriam necessárias para se fazer uma pilha de 7 cm de altura?

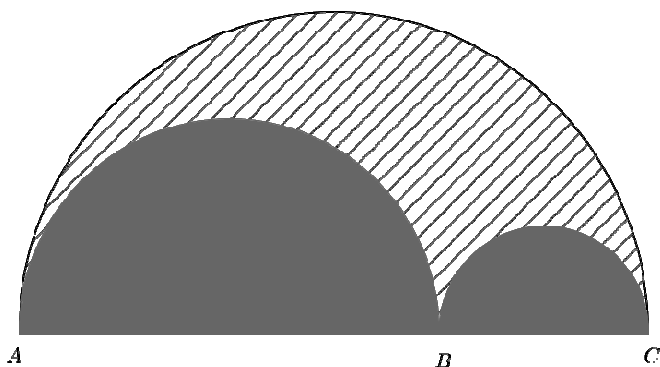
$$\frac{7 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{7 \cdot 10^{-9}} = 10^{-2} \cdot 10^9 = 10^7 = 10 \text{ milhões}$$



PROBLEMA 8

NÍVEL 3 (Ensino médio) - 3º FASE - 2012

A região limitada por três semicircunferências de diâmetros AB, AC e BC com C pertencente ao segmento AB, estando todas em um mesmo semiplano determinado por AB, é conhecida como "arbelos", ou faca de sapateiro. Se $AB = 2r_1$, $BC = 2r_2$, e $AC = 2r_1 + 2r_2$, mostre qual é a área da faca de sapateiro, isto é a área tracejada.



$$S_{AB} = \frac{\pi \cdot r_1^2}{2}$$

$$S_{AC} = \frac{\pi \cdot (r_1 + r_2)^2}{2}$$

$$S_{BC} = \frac{\pi \cdot r_2^2}{2}$$

$$S_{\text{sapateiro}} = \frac{\pi (r_1 + r_2)^2}{2} - \frac{\pi r_1^2}{2} - \frac{\pi r_2^2}{2}$$

$$S_{\text{sapateiro}} = \frac{\pi (r_1^2 + 2r_1 r_2 + r_2^2)}{2} - \frac{\pi r_1^2}{2} - \frac{\pi r_2^2}{2} =$$

$$2S_{\text{sapateiro}} = \pi r_1^2 + 2r_1 r_2 + \pi r_2^2 - \pi r_1^2 - \pi r_2^2 =$$

$$2S_{\text{sapateiro}} = 2\pi r_1 r_2$$

$$S_{\text{sapateiro}} = \pi r_1 r_2$$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Av. São João, s/nº - Cavallhada - Cáceres/MT (Cep 78200-000)
PABX: (65) 3221-0500 - Fone/Ramal: 3221-0510-- - Fax: 3221-0516

www.unemat.br/caceres - matematicacac@unemat.br