



IX - OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA

2012

NÍVEL II - (8º e 9º Anos)

3ª Fase -14 de Setembro de 2012

Dados do Aluno:

Aluno(a): ____ **G A B A R I T O** ____

Escola: _____ Série: _____

Cidade: _____

Assinatura do(a) Aluno(a): _____

ORIENTAÇÕES:

- Preencha as informações acima.
- A prova tem duração de 4 horas.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Serão considerados todos os raciocínios apresentados por você.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Você pode solicitar papel para rascunho.



PROBLEMA 1

NIVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Numa escola há um professor para cada grupo de 30 alunos. Se a escola contratar mais 4 professores, passará a ter um professor para cada grupo de 25 alunos. Quantos alunos têm a escola ?

Solução:

Sejam x e y , respectivamente professores e alunos. Pelo texto temos que (i) $y = x \cdot 30$ e (ii) $y = (x + 4) \cdot 25$ substituindo x na equação (ii), temos:

$$Y = (y/30 + 4) \cdot 25 =$$

$$Y = 600 \text{ alunos.}$$

PROBLEMA 2

NIVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Num cercado, há cavalos e galinhas. Contam-se 35 cabeças e 110 patas. Quantos animais de cada espécie têm o cercado citado ?

Solução:

X = número de galinhas

Y = número de cavalos

$$X + Y = 35$$

$$2X + 4Y = 110$$

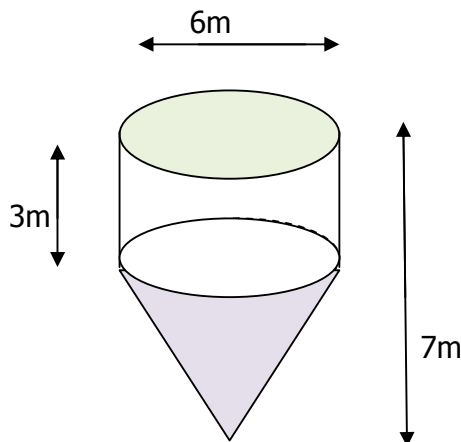
$$Y = 20 \text{ e } X = 15$$



PROBLEMA 3

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Se o volume de um cone corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume de um cilindro de mesma área da base e mesma medida da altura determine quantos litros de água o reservatório abaixo tem capacidade de armazenar.



$$V_1 = \pi . r^2 . h$$
$$V_1 = 3,14 . (3)^2 . 3 =$$
$$V_1 = 84,78 m^3$$

$$V_2 = \frac{\pi . r^2 . h}{3}$$
$$V_2 = \frac{3,14 . (3)^2 . 7}{3} = 65,94$$

$$V_{total} = V_1 + V_2 =$$
$$V_{total} = 84,78 + 65,94 =$$
$$V_{Total} = 150,72 m^3$$
$$V_{total} = 150.720 \text{ litros}$$

PROBLEMA 4

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Carlos e Pedro, operários de uma obra foram encarregados de transportar vários sacos de cimento em dois elevadores de carga. O elevador de Carlos suportava no máximo 200 kg e o elevador de Pedro suportava no máximo 400 kg. Tanto Carlos como Pedro deveriam levar os sacos de cimento em uma única viagem em seus elevadores. Pedro disse para Carlos se me deres um saco de cimento, minha carga será o dobro da tua, mas se eu te der um saco minha carga será igual a tua. Explique assim, se os elevadores de Carlos e Pedro conseguirão transportar as cargas de cimento. Considere um saco de cimento = 50Kg.

Resposta:

Carlos tinha 5 sacos de Cimento

Pedro tinha 7 Sacos de Cimento

O transporte deveria ser feito em uma única viagem em cada elevador.

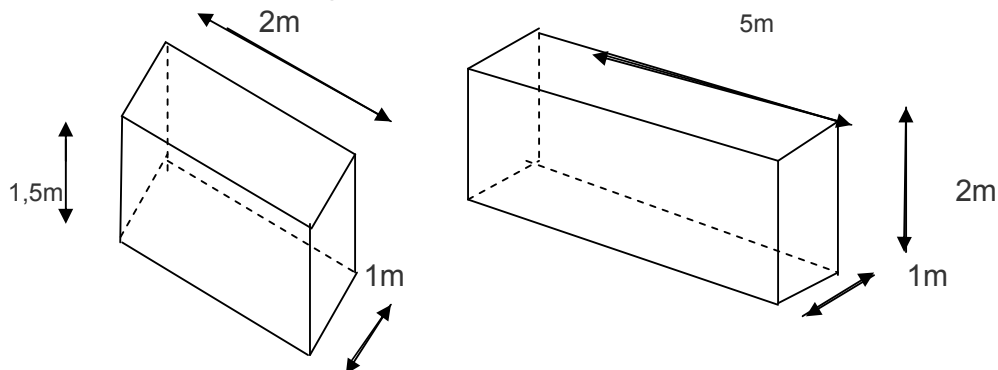
Carlos deve dar um saco de cimento para Pedro Transportar. Assim, Carlos ficou com 4 sacos (200 kg) e Pedro 8 sacos (400 kg).



PROBLEMA 5

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Os dois recipientes mostrados na figura abaixo estão cheios de um mesmo material. A quantidade contida no recipiente menor tem massa de 1.500g. Sendo assim, qual a massa contida no outro recipiente ?



Recipiente menor=

$$\text{Volume} = 2 \cdot 1,5 \cdot 1 = 3\text{m}^3$$

$$3\text{m}^3 = 1500 \text{ g}$$

$$\text{Logo } 1\text{m}^3 = 500 \text{ g}$$

Recipiente maior=

$$\text{Volume} = 2 \cdot 1 \cdot 5 = 10\text{m}^3$$

$$\text{Assim: } 10\text{m}^3 \cdot 500\text{g} = 5.000\text{g} = 5 \text{ kg}$$

M= 5 kg

PROBLEMA 6

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Se $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 48$, determine o valor de $a \cdot b$

Solução:

$$\text{Como } (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$\text{e } (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$\text{logo teremos: } (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 - a^2 + 2 \cdot a \cdot b - b^2 = 4 \cdot a \cdot b = 48$$

$$\text{logo } ab = 12$$



PROBLEMA 7

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Na cidade de Chaves está sendo realizado o censo para verificar o número exato da população residente no município. Dentre os dados coletados, verificou-se que a razão entre o número de homens e o de mulheres residentes na cidade de Chaves é de $\frac{2}{3}$. A idade média dos homens é de 30 anos e a das mulheres é de 40 anos. Qual a idade média dos habitantes da cidade de Chaves ?

Considerando H o número de homens e M o número de mulheres, logo:

$$\frac{H}{M} = \frac{2}{3} \Rightarrow M = \frac{3H}{2}$$

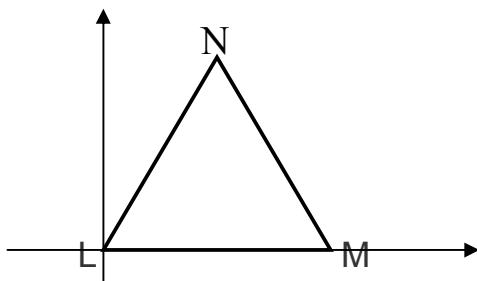
Assim a idade média da população é:

$$\frac{30H + 40M}{H + M} = \frac{30H + 40 \cdot \frac{3H}{2}}{H + \frac{3H}{2}} = \frac{90H}{\frac{5H}{2}} = 36 \text{ anos}$$

PROBLEMA 8

NÍVEL 2 (8º e 9º Anos) - 3º FASE - 2012

Na a figura abaixo, o triângulo LMN é equilátero, Sendo , L e M, respectivamente , os pontos (0,0) e (6,0). Determine as coordenadas do ponto N.



A altura de um triângulo equilátero vale $h = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

como sabemos que a altura é também a mediana , logo $N(3, 3\sqrt{3})$