



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO  
PRO-REITORIA DE EXTENSÃO E CULTURA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS  
V OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA



## V OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA - UNEMAT

NÍVEL III (Ensino Médio)

3ª Fase - 28 de Novembro de 2008

### Dados do Aluno

Nome do(a) Aluno(a): \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_

Cidade: \_\_\_\_\_

Assinatura do(a) Aluno(a): \_\_\_\_\_

### ORIENTAÇÕES:

- Preencha as informações acima.
- A prova tem duração de 2 horas.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Serão considerados todos os raciocínios apresentados por você.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Você pode solicitar papel para rascunho.

### NOTAS

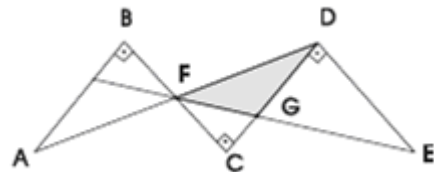
QUESTÕES	NOTA
01	
02	
03	
04	
05	
06	
TOTAL	

### PROBLEMA 1

Existem 20 balas sobre uma mesa e duas crianças começam a comê-las, uma criança de cada vez. Em cada vez, cada criança deve comer pelo menos uma bala e está proibida de comer mais que a metade das balas que existem sobre a mesa. Nesta brincadeira, ganha a criança que deixar apenas uma bala sobre a mesa. Qual das duas crianças pode sempre ganhar na brincadeira: a primeira ou a segunda a jogar? Como deve fazer para ganhar?

### PROBLEMA 2

Na figura ao lado tem-se  $AB = BC = CD = DE = 1$  e  $\hat{B} = \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$ . Calcule a área do triângulo  $FDG$ .



**PROBLEMA 3**

Sejam  $a$  e  $b$  as raízes da equação  $x^2 + x + 1 = 0$ . Encontre  $a^3 + b^3$ .

**PROBLEMA 4**

Numa sala, há três vasos de mesmo volume: A, B e C. Inicialmente, o vaso A está cheio de água e os vasos B e C estão vazios. Uma pessoa entra na sala e transfere 50% da água do vaso A para o vaso B. Em seguida, ela transfere 50% da água que resta no vaso A para o vaso C. Um segunda pessoa entra na sala e transfere 50% da água que encontra no vaso A para o vaso B e, em seguida, transfere 50% da água que ainda resta no vaso A para o C. Se este procedimento pudesse ser repetido indefinidamente até o completo esvaziamento do vaso A, que parte do volume total de água ficaria no vaso B e que parte ficaria no vaso C?

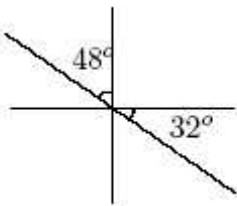
**PROBLEMA 5**

Daniel comprou 3 coelhos, 7 pássaros e 1 cachorro. Pagou R\$ 172,00. Danilo comprou 4 coelhos, 10 pássaros e 1 cachorro. Pagou R\$ 200,00. Se Murilo comprou 1 coelho, 1 pássaro e 1 cachorro. Quanto pagou Murilo?

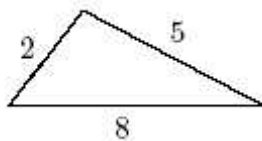
**PROBLEMA 6**

Em cada uma das figuras abaixo existe um erro. Identifique-o.

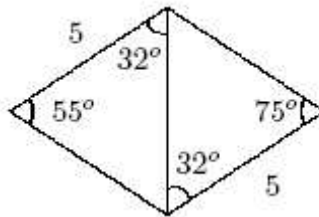
a)



b)



c)



d)

