



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
PRO-REITORIA DE EXTENSÃO E CULTURA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS
V OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA**



V OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA - UNEMAT

NÍVEL III (Ensino Médio)

2ª Fase - 3 de Outubro de 2008

Dados do Aluno

Nome do(a) Aluno(a): _____

Escola: _____ Série: _____

Cidade: _____

Assinatura do(a) Aluno(a): _____

ORIENTAÇÕES:

- Preencha as informações acima.
- A prova tem duração de 4 horas.
- A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
- Não é permitido o uso de calculadoras nem consultas a notas ou livros.
- Serão considerados todos os raciocínios apresentados por você.
- Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
- Você pode solicitar papel para rascunho.

NOTAS

QUESTÕES	NOTA
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
TOTAL	

PROBLEMA 1

A função $f(x)$ possui as seguintes propriedades:

i) $f(1) = 1$

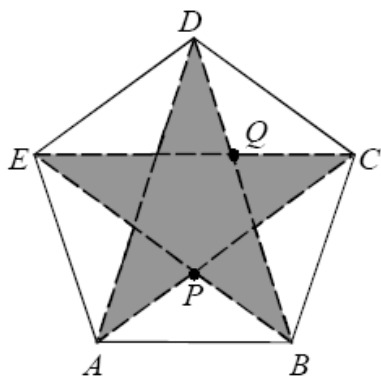
ii) $f(2x) = 4f(x) + 6$

iii) $f(x+2) = f(x) + 12x + 12$

Calcule $f(6)$?

PROBLEMA 2

Seja $ABCDE$ um pentágono regular tal que a estrela $ACEBD$ tem área 1. Sejam P interseção entre AC e BE e Q a interseção entre BD e CE . Determine a área de $APQD$.

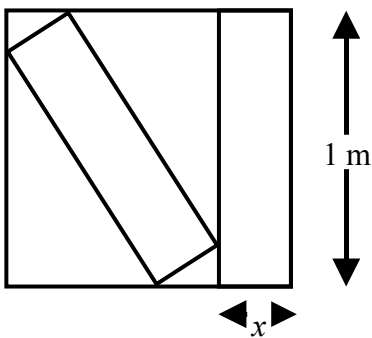


PROBLEMA 3

Um colecionador possui moedas de ouro, prata e bronze. Algumas são americanas e outras espanholas. Tem no total 588 moedas. Das de cobre, $\frac{4}{7}$ são espanholas. A quantidade de moedas de ouro e prata juntas é $\frac{3}{4}$ da quantidade de moedas de cobre. Entre moedas de cobre e moedas americanas tem-se um total de 360. Têm-se tantas moedas espanholas como moedas de ouro e cobre juntas. Quantas moedas de cobre e ouro existem?

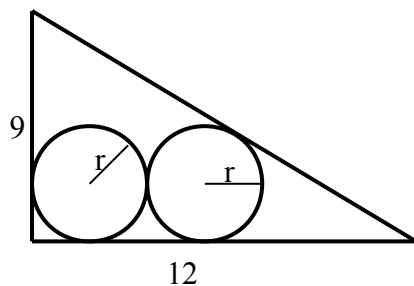
PROBLEMA 4

Em uma caixa quadrada de guardar livros, dois livros idênticos são colocados como mostra a figura abaixo. Suponha que a altura dos livros é de 1 m. Determine a espessura x dos livros.



PROBLEMA 5

Calcule o valor de r .



PROBLEMA 6

Um joalheiro tem três caixas, contendo cada uma pedras preciosas com mesmo valor por caixa. Com o mesmo dinheiro, uma pessoa pode adquirir 28 pedras da primeira, ou 42 pedras da segunda ou 75 pedras da terceira. Por R\$ 1967 um freguês compra 1 pedra da primeira caixa, 3 da segunda e 2 da terceira. Quanto custa cada pedra da segunda caixa?

PROBLEMA 7

Existem 20 balas sobre uma mesa e duas crianças começam a comê-las, uma criança de cada vez. Em cada vez, cada criança deve comer pelo menos uma bala e está proibida de comer mais que a metade das balas que existem sobre a mesa. Nesta brincadeira, ganha a criança que deixar apenas uma bala sobre a mesa. Qual das duas crianças pode sempre ganhar na brincadeira: a primeira ou a segunda a jogar? Como deve fazer para ganhar?

PROBLEMA 8

Nas últimas eleições para prefeito da cidade Ponta do Morro, que possui 36000 habitantes, $\frac{1}{20}$ desses eleitores deixaram de votar. Entre os votantes, $\frac{1}{12}$ votou em branco, $\frac{1}{20}$ anulou o voto e $\frac{3}{5}$ votaram em Frederico Silva, o vencedor da eleição. Sabendo-se que apenas dois candidatos disputaram a eleição, determine a diferença de votos entre Frederico Silva e o candidato derrotado.

PROBLEMA 9

Mostre que a área de um triângulo equilátero é dada por $A = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2$, onde l é o lado do triângulo.

PROBLEMA 10

Marcela escreveu um número inteiro positivo em cada lado de um quadrado. Em seguida, escreveu em cada vértice o produto dos números escritos nos lados que se encontram nesse vértice. A soma dos números escritos em dois lados opostos é 60 e a soma dos números escritos nos outros lados é 85. Qual é a soma dos números escritos nos vértices?