

VII OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DA UNEMAT

BARRA DO BUGRES –2015

NÍVEL III – (Ensino Médio)

2ª Fase – 30 de Setembro de 2015

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Ano: \_\_\_\_\_

Escola: \_\_\_\_\_

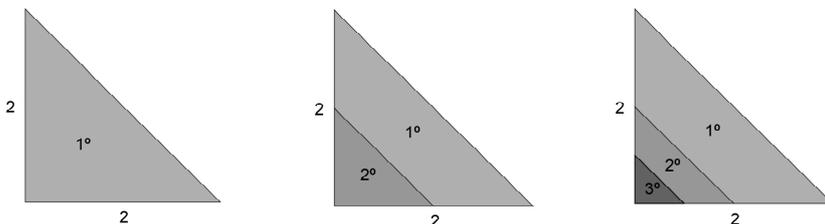
ORIENTAÇÕES:

- A prova tem duração de 3 horas.
- Os problemas de 01 a 05 devem ser respondidos a caneta, no espaço reservado para a resposta de cada problema. Na falta de espaço use o verso identificando a questão.
- Nos problemas de 06 a 10 deve ser assinalada a única alternativa correta.
- Não é permitido o uso de calculadoras, celulares e nem consultas de qualquer material.
- Use os demais espaços em branco da prova como rascunho.

**PROBLEMA01:** NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Uma sequência de triângulos-retângulos é construída, a partir do primeiro, tomando os pontos médios dos lados adjacentes ao seu ângulo reto, do triângulo-retângulo que o antecede. As três figuras abaixo mostram os três primeiros termos desta sequência de triângulos. Sabendo que a área do primeiro triângulo é 2, qual será a área do 12º (décimo segundo) triângulo desta sequência?

**Resolução do problema 01:**



**Resposta do Problema 01:** \_\_\_\_\_

**PROBLEMA02:** NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Para os chineses, o número 4 (quatro) é um número temido, odiado, banido de tudo o que for possível. Chega ao ponto de alguns edifícios não terem o quarto andar. Um escritor chinês, com receio de ter azar com a venda de seus livros, não incluiu na numeração das páginas do livro os números que contém o numeral 4. Por exemplo, as 5 primeiras páginas do livro apresentam a seguinte numeração: 1, 2, 3, 5, 6. Sabendo que o livro tem 500 páginas, qual é o número grafado na última página do livro?

**Resolução do problema 02:**

**Resposta do Problema 02:** \_\_\_\_\_

## VII OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA, UNEMAT – BARRA DO BUGRES – 2015

### PROBLEMA03:

NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Um médico, após aplicar certo medicamento injetável em um de seus pacientes, avisa a enfermeira que outra dose deve ser aplicada antes da concentração do medicamento na corrente sanguínea do paciente atingir o nível de 20% do valor inicial. Sabendo que a concentração do medicamento decai, de forma exponencial, 20% a cada hora, quanto tempo, **no máximo**, a enfermeira deverá esperar para aplicar a próxima dose? (use  $\log_5(4) = 0,86$ ).

**Resolução do problema 03:**

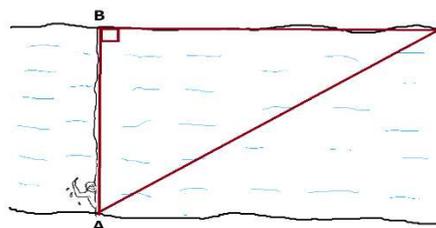
**Resposta do Problema 03:** \_\_\_\_\_

### PROBLEMA04:

NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Uma pessoa encontra-se no ponto A da margem de um rio e deseja atravessar nadando até o ponto B da margem oposta. No entanto, em função da velocidade da água, o nadador atingiu a outra margem no ponto C, conforme mostrado na figura abaixo, e teve que ir andando até o ponto B de destino. Sabendo que para cada metro que ele nadava na direção da margem oposta, a correnteza o deslocava 2,4 m rio abaixo, e considerando que a distância (em linha reta) entre as duas margens é de 5 metros, qual a distância percorrida pelo nadador a partir do ponto A até B passando por C?

**Resolução do problema 04:**



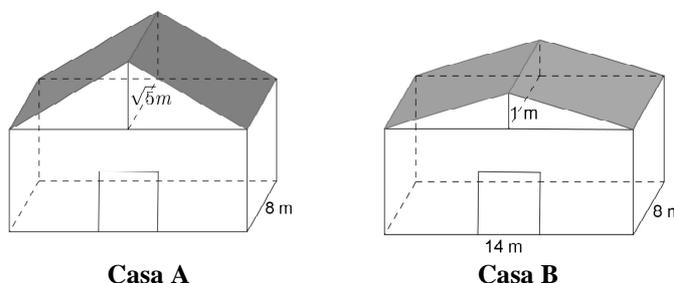
**Resposta do Problema 04:** \_\_\_\_\_

### PROBLEMA05:

NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Nas bordas dos telhados de duas casas vizinhas (A e B da figura) foram instaladas calhas de modo a captar e armazenar toda água da chuva que cair nos telhados. Cada casa possui seu reservatório próprio. Sabendo que os telhados das duas casas possuem mesma área e que durante o primeiro mês de captação choveu o acumulado de 50 mm por metro quadrado, quantos litros de água foram armazenados pelo sistema da casa A? (considere  $\sqrt{45} = 6,70$  e  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$ ).

**Resolução do problema 05:**



**Resposta do Problema 05:** \_\_\_\_\_

## VII OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA, UNEMAT – BARRA DO BUGRES – 2015

### PROBLEMA06: NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

José é um senhor aposentado que recebe R\$ 788,00 por mês de sua previdência. No dia do seu aniversário decidiu que no próximo aniversário ele faria uma viagem de avião para visitar seus netos. Fazendo alguns cálculos constatou que necessitaria de, no mínimo, R\$ 5.000,00 para pagar todas as suas despesas. Decidiu então, que iria depositar todo mês metade do valor que recebe de aposentadoria em uma aplicação bancária que rende 1% ao mês sobre o valor acumulado (juros compostos). Sabendo que o primeiro depósito foi realizado no mesmo dia que decidiu fazer a viagem e que no dia do próximo aniversário ele não fará nenhum depósito, pode-se afirmar, **corretamente**, que:

- O valor acumulado no banco após um ano é suficiente para que o Sr. José custeie sua viagem.
- O valor acumulado no banco após um ano é maior que R\$ 5.100,00.
- O valor acumulado no banco após um ano é maior que R\$ 5.200,00.
- O valor acumulado no banco após um ano é suficiente, mas **não** excede R\$ 100,00.
- O valor acumulado no banco após um ano é exatamente igual ao valor necessário para custear a viagem do Sr. José.

### PROBLEMA07: NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

O IMC – Índice de Massa Corpórea é uma medida reconhecida pela OMS – Organização Mundial de Saúde para avaliar o grau de obesidade de uma pessoa. A fórmula para o cálculo deste índice é:  $IMC = \frac{P}{A^2}$ , onde  $P$  é o peso da pessoa (em kg) e  $A$  é a altura (em metros). De acordo com a OMS, pessoas que apresentam índice IMC entre 18,5 e 24,99 têm peso normal com relação a altura. Para uma pessoa de 1,74 metros de altura, qual deve ser a faixa de peso de modo que o seu índice IMC seja normal?

- Entre 56 e 75 kg
- Entre 50 e 80 kg
- Entre 57 e 85 kg
- Entre 60 e 85 kg
- Entre 61 e 77 kg

### PROBLEMA08: NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Um número natural é bacana quando cada um de seus algarismos é maior que qualquer um dos outros algarismos que estão à sua esquerda. Por exemplo, 4567 é bacana, enquanto que 2231 não é. Quantos números bacanas existem entre 4000 e 8000?

- 120
- 75
- 214
- 1320
- 15

### PROBLEMA09: NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

O conjunto de três números inteiros positivos  $(a,b,c)$  é considerado uma terna pitagórica se eles satisfazem o Teorema de Pitágoras:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Por exemplo, a terna  $(3,4,5)$  é pitagórica. Para construir outras ternas pitagóricas podem-se utilizar as relações:

$$a = n^2 - m^2, \quad b = 2nm \quad e \quad c = n^2 + m^2, \quad \text{onde } m \text{ e } n \text{ são números naturais.}$$

Sabendo que essas relações foram usadas para achar uma terna pitagórica cujo valor do cateto  $b$  é 180, e que  $n$  e  $m$  são dois números consecutivos, pode-se afirmar que a soma dos números desta terna é:

- 380
- 756
- 220
- 1350
- 286

### PROBLEMA 10: NÍVEL 3 (Ensino Médio) – 2ª FASE – 2015

Um jovem adora tirar fotografias com seu celular. Cada fotografia ocupa 2,8 MB de espaço de memória para ser armazenada. Seu aparelho celular possui um cartão de memória de 8 GB (gigabytes) para armazenar todos os tipos dados. Se este jovem destinou metade do espaço do cartão de memória somente para armazenar suas fotografias e sabendo que ele tirou, até o momento, 750 fotografias, o número de fotografias que ele ainda poderá armazenar em seu celular é: (use 1 GB = 1024 MB)

- 250
- 358
- 511
- 712
- 888