



**GOVERNO DO ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECM**



LUCINEIA OENNING

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS CURSOS DE LICENCIATURA DE
MATEMÁTICA NO BRASIL: UM OLHAR PARA OS PROJETOS
PEDAGÓGICOS DE CURSOS**

Barra do Bugres, MT
Março de 2021

LUCINEIA OENNING

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS CURSOS DE LICENCIATURA DE
MATEMÁTICA NO BRASIL: UM OLHAR PARA OS PROJETOS
PEDAGÓGICOS DE CURSOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) – *Campus* de Barra do Bugres, como requisito obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Urel Rodrigues.

Linha de Pesquisa: Ensino e Formação de Professores em Ciências e Matemática.

Barra do Bugres, MT
Março de 2021

FICHA CATALOGRÁFICA

Luiz Kenji Umeno Alencar CRB 1/2037

O28m	<p>OENNING, Lucineia. Modelagem Matemática nos Cursos de Licenciatura de Matemática no Brasil: Um Olhar para os Projetos Pedagógicos de Cursos / Lucineia Oenning - Barra do Bugres, 2021. 142 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Acadêmico) Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Barra do Bugres, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2021. Orientador: Márcio Urel Rodrigues</p> <p>1. Modelagem Matemática. 2. Formação Inicial de Professores de Matemática. 3. Conhecimentos Necessários à Docência. 4. Modelos Matemáticos. 5. Projetos Pedagógicos. I. Lucineia Oenning. II. Modelagem Matemática nos Cursos de Licenciatura de Matemática no Brasil: Um Olhar para os Projetos Pedagógicos de Cursos: .</p> <p>CDU 51(07):378(81)</p>
------	--

FOLHA DE APROVAÇÃO

LUCINEIA OENNING

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS CURSOS DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICA NO BRASIL: UM OLHAR PARA OS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECEM - da Universidade do Estado de Mato Grosso CARLOS ALBERTO REYES MALDONADO - UNEMAT, *Câmpus* Univ. Dep. Est. “Renê Barbours” – Barra do Bugres - MT, como requisito obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 23 de março de 2021.

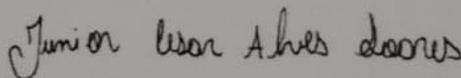
BANCA EXAMINADORA



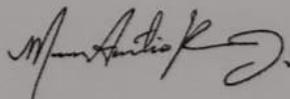
Prof. Dr. Márcio Urel Rodrigues (PPGECEM/UNEMAT)
Orientador



Prof. Dr. William Vieira Gonçalves (PPGECEM/UNEMAT)
Examinador Interno



Prof. Dr. Junior Cesar Alves Soares (PROFMAT/UNEMAT)
Examinador Externo ao Programa



Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior (UFJF)
Examinador Externo

*Dedico este trabalho aos meus pais,
pilares da minha formação como
ser humano, José Oenning e
Clotilde Amâncio Oenning.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me mantido na trilha certa durante este projeto de pesquisa, com saúde e forças para chegar até o final.

Aos meus pais, José Oenning e Clotilde Amâncio Oenning, e minha família, pelo apoio e incentivo que serviram de alicerce para as minhas realizações, pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida, por sempre me incentivarem e acreditarem que eu seria capaz de superar os obstáculos que a vida me apresentou.

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador, Marcio Urel Rodrigues, pelo incentivo e pela dedicação do seu escasso tempo à presente pesquisa.

Também quero agradecer à UNEMAT – Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus Universitário Deputado Estadual Renê Barbour, e a todos os professores do curso de Mestrado, pela elevada qualidade do ensino oferecido.

Aos membros da banca, Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior, Dr. Junior Cesar Alves Soares e Dr. Willian Vieira Gonçalves, pelas valiosas contribuições dadas durante todo o processo.

A minha irmã de mestrado Elisângela Aparecida dos Santos, pelas contribuições e apoio em todos os momentos dessa jornada.

A todos os meus amigos do curso de Mestrado que compartilharam dos inúmeros desafios que enfrentamos, sempre com espírito colaborativo.

Se enxerguei mais longe [...] é porque me apoiei em ombros de gigantes. (Isaac Newton)

RESUMO

Na presente pesquisa, objetivamos investigar a maneira como a Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, está explicitada nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Além disso queremos: (i) Fomentar o debate e aprofundamentos da Modelagem Matemática no contexto da formação inicial de professores de Matemática, bem como (ii) identificar as diferentes concepções de Modelagem Matemática contidas nos projetos pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, além de (iii) identificar as disciplinas da matriz curricular das Licenciaturas em Matemática do Brasil que abordam a temática da Modelagem Matemática. Assim sendo, a nossa questão norteadora da pesquisa é: **O que se revela sobre a presença da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil?** Adotamos os pressupostos da pesquisa qualitativa na modalidade documental, sendo o *corpus* da pesquisa constituído por 235 PPCs de Licenciatura em Matemática no Brasil, dos quais analisamos as ementas. Utilizamos como referencial teórico as bases do conhecimento para o ensino propostas em Shulman (1986) e pesquisas que abordam especificamente aspectos da Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática. Como procedimentos de coleta de dados para constituir o *corpus* da pesquisa, utilizamos os documentos – PPCs dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Para analisar os dados, utilizamos a Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (1977) e Rodrigues (2019), a qual nos possibilitou a constituição de duas Categorias de Análise: (i) Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática; e (ii) Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática, as quais interpretamos por meio de um movimento dialógico – interlocução dos dados com os conceitos salientados pelos aportes teóricos da pesquisa –, o que nos proporcionou compreensões do objeto investigado. Com base na pesquisa, constatamos que são poucas as disciplinas de Modelagem Matemática que são obrigatórias nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, pois, dos 235 PPCs consultados, apenas 43, ou seja, 18,3% dos documentos consultados possuem a referida disciplina como obrigatória em sua matriz curricular. Outras compreensões reveladas por essa interpretação mostraram que um Modelo Matemático é essencial para orientar pesquisadores das mais diversas áreas, permitindo projetar diferentes cenários e analisá-los, contribuindo com elementos para a tomada de decisões sobre como equacionar problemas da realidade. Defendemos o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática, por acreditar que estamos diante de uma das formas mais úteis de representar a Matemática em situações reais. Concluimos que a presente pesquisa representa uma contribuição para professores da Educação Básica, bem como para professores formadores atuantes nas Licenciaturas em Matemática no Brasil, preocupados em oferecer aos futuros discentes um entendimento consistente, nos quais os professores possam ser atores críticos de seus próprios processos de ensinar e aprender Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Formação Inicial de Professores de Matemática. Conhecimentos Necessários à Docência. Modelos Matemáticos. Projetos Pedagógicos.

ABSTRACT

In this research we aim to investigate the way in which Mathematical Modeling as a methodological approach to teaching is made explicit in the Pedagogical Projects of a Mathematics Degree Courses in Brazil. In addition, we want to: (i) Encourage the debate and deepening of Mathematical Modeling in the context of the initial training of Mathematics teachers, as well as (ii) identifying the different conceptions of Mathematical Modeling contained in the pedagogical projects of Mathematics Degree courses in Brazil and (iii) identifying the subjects of the curricular matrix of the Mathematics Degree in Brazil that addresses the theme of Mathematical Modeling. Therefore, our guiding question of the research is: **What is revealed about the presence of Mathematical Modeling, as a methodological approach to teaching, in the Pedagogical Projects of a Mathematics Degree Courses in Brazil?** We adopted the assumptions of qualitative research in the documental modality, with the corpus of the research constituted by 235 PPCs of Mathematics Degree in Brazil, in which we analyzed course program. We used as a theoretical framework the knowledge bases for teaching proposed in Shulman (1986) and research that specifically addresses aspects of Mathematical Modeling in Mathematics Licentiate degrees. As data collection procedures to constitute the research corpus, we used the documents – PPCs of the Mathematics Degree courses in Brazil. To analyze the data, we used Content Analysis from the perspective of Bardin (1977) and Rodrigues (2019), which allowed us to create two Analysis Categories: (i) Applications of Mathematics with Mathematical Modeling; and (ii) Mathematics Teaching and Learning Process through Mathematical Modeling, which we interpret through a dialogical movement – interlocution of data with the concepts highlighted by the theoretical contributions of the research – which provided us with understandings of the investigated object. Based on the research, we found that there are few Mathematical Modeling disciplines that are mandatory in Mathematics Degree courses in Brazil because, of the 235 PPCs consulted, only 43, that is, 18.3% of the consulted documents have the referred discipline as mandatory in its curricular matrix. Other understandings revealed by this interpretation showed that a Mathematical Model is essential to guide researchers from the most diverse areas, allowing to design different scenarios and analyze them, contributing elements for decision making on how to solve problems of reality. We defend the teaching of Mathematics through Mathematical Modeling because we believe that we are facing one of the most useful ways of representing Mathematics in real situations. We conclude that the present research represents a contribution for teachers of Basic Education, as well as for teacher educators working in the Mathematics Degree in Brazil, concerned with offering future students a consistent understanding, in which teachers can be critical actors in their own teaching processes teach and learn Mathematics.

Keywords: Mathematical Modeling. Initial Formation of Mathematics Teachers. Necessary Knowledge for Teaching. Mathematical Models. Pedagogical Projects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Conhecimentos Necessários à Docência.....	20
Figura 2 – Dinâmica de Modelagem Matemática	29
Figura 3 – Fases da Análise de Conteúdo	46
Figura 4 – Primeira Fase da Análise de Conteúdo	46
Figura 5 – Segunda Fase da Análise de Conteúdo – Exploração do Material	48
Figura 6 – Terceira Fase da Análise de Conteúdo – Tratamento dos Resultados, Inferência e Interpretação	51
Figura 7 – <i>Design</i> metodológico da Análise de Conteúdo	52
Figura 8 – Comparativo entre os processos de pesquisa de cada vertente	103
Figura 9 – Comparativo entre os procedimentos de ensino de cada vertente	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Configuração curricular de Modelagem.....	32
Quadro 2 – Ementas na íntegra da disciplina de Modelagem Matemática	58
Quadro 3 – Unidades de Registro e Unidades de Contexto que identificamos nas ementas das disciplinas de Modelagem Matemática	59
Quadro 4 – Articulação dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise.....	62
Quadro 5 – Procedimento da Análise de Conteúdo para a configuração da Primeira Categoria de Análise	64
Quadro 6 – Procedimento da Análise de Conteúdo para a configuração da Segunda Categoria de Análise	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantitativo por Estado	42
Tabela 2 – Categoria	43
Tabela 3 – Carga horária.....	43
Tabela 4 – Modalidade	44
Tabela 5 – Obrigatoriedade da disciplina de Modelagem Matemática	53
Tabela 6 – Modelagem Matemática facultativa.....	56
Tabela 7 – Carga horária das disciplinas de Modelagem Matemática	57
Tabela 8 – Principais autores das disciplinas de Modelagem Matemática.....	58
Tabela 9 – Articulação entre as Unidades de Registro e Eixos Temáticos	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática

CREMM – Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino

EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

GPECOM – Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática

NDEs – Núcleos Docentes Estruturantes

PPCs – Projetos Pedagógicos de Cursos

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	143
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	187
2.1 Conhecimentos Necessários à Docência.....	187
2.2 Modelagem Matemática: Objeto de/a Pesquisa.....	25
2.3 Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática.....	321
3 METODOLOGIA DA PESQUISA.....	398
3.1 Opção Metodológica da Pesquisa	398
3.2 Processo de Constituição de Dados	39
3.3 Locus – Contexto da Pesquisa	421
3.4 Procedimentos de Análise de Dados.....	454
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS DADOS	52
4.1 Descrição e Discussão dos Dados Objetivos	532
4.2 Processo de Categorização dos Dados – Movimento da Análise de Conteúdo.....	587
4.3 Articulação entre as Unidades de Registro e Eixos Temáticos.....	59
4.4 Articulação dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise.....	621
5 ANÁLISE INTERPRETATIVA DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE	643
5.1 Movimento Dialógico da Categoria de Análise 1 – Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática	643
5.2 Movimento Dialógico da Categoria de Análise 2 – Ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática	810
CONSIDERAÇÕES FINAIS	109
REFERÊNCIAS	115
APÊNDICES	1254
APÊNDICE A – Biografia dos principais autores da disciplina de Modelagem Matemática encontrados nos PPCs do Brasil	1254
APÊNDICE B – Referências Complementares	1298
ANEXOS	1321
ANEXO A – Lista dos 235 PPCs consultados na pesquisa.....	131

1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como objetivo apresentar minha motivação para a pesquisa, bem como minhas inquietações durante a formação inicial e como professora da Educação Básica. Também neste capítulo, apresento a justificativa, o objetivo, a questão de investigação e como está estruturada a presente pesquisa.

Na formação inicial senti falta de conhecer diferentes abordagens metodológicas de ensino que pudessem auxiliar em minha prática pedagógica. Quando comecei a lecionar, tive que recorrer à imaginação, buscar apoio em livros, internet e amigos mais experientes. Lecionei como aprendi, ou seja, de maneira tradicional.

Com o passar dos anos e um pouco mais experiente em sala de aula, pude perceber que faltou orientação na minha formação inicial, que poderia ter tido uma preparação maior no que se refere às abordagens metodológicas de ensino, ou seja, maneiras diferentes de transmitir conhecimento, deixando as aulas mais atraentes e compreensíveis para os educandos.

A prática pedagógica do professor de Matemática envolve conhecimentos que são construídos em sua formação inicial e ao longo de sua trajetória docente. É necessário que o professor faça uma interação entre conteúdo específico e seus conhecimentos didáticos e pedagógicos.

Tendo comigo essas inquietações, comecei a buscar metodologias para se trabalhar em sala de aula e, nas minhas buscas em pesquisas, formações e eventos dos quais participei, me identifiquei com a Modelagem Matemática, pois o conteúdo passa a ter significação e deixa de ser abstrato, apresenta-se como um fator motivador e fortalecedor de uma postura crítica do estudante e também oportuniza a aprendizagem com motivação e envolvimento.

Bujes (2007) relata sobre o começo de uma pesquisa:

[...] a pesquisa nasce sempre de uma preocupação com alguma coisa, ela provém, quase sempre, de uma insatisfação com respostas que já temos, com explicações das quais passamos a duvidar, com desconfortos mais ou menos profundos em relação a crenças que, em algum momento, julgamos inabaláveis. Ela se constitui na inquietação. (BUJES, 2007, p. 15-16)

Na formação inicial dos professores, D'Ávila e Sonnevile (2013, p. 41) afirmam que a “formação de educador implica formação para o exercício de uma profissão”, e que “a profissionalização docente é algo que se constrói, estando apoiada em saberes diversos que dizem respeito ao conteúdo da disciplina, aos aspectos didático-pedagógicos, além de inúmeros saberes da vida escolar.”

De acordo com Libâneo (2008), o ofício de ensinar exige um conjugado de práticas e saberes. Exemplo disso, “os conteúdos de diversas áreas de conhecimento, os métodos investigativos da ciência ensinada e os saberes pedagógicos próprios da profissão, os quais constituem o domínio teórico e prático da didática”. O autor ainda afirma que:

A investigação pedagógica voltada aos problemas didáticos precisa dedicar-se com mais afinco ao estudo das possibilidades teóricas e práticas de integração entre a didática e as didáticas dos saberes específicos privilegiando modalidades de pesquisa que envolve o aprendizado na sala de aula. (LIBÂNEO, 2008, p. 02)

O objetivo fundamental de um curso de Licenciatura em Matemática é a formação de professores para atuar na Educação Básica.

Mas, para Bassanezi (2002), o cenário dos cursos de Licenciatura em Matemática é explicado assim:

A falta de objetividade da maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática provoca uma angústia nos formandos que se sentem incapacitados para exercerem o magistério. Os programas desenvolvidos nas diferentes disciplinas quase sempre são fechados e não existe uma interligação com outras ciências – a ênfase maior está na quantidade de conteúdo transmitido e não na formação de elementos atuantes na sociedade. Desse modo, quando pensamos num professor de Matemática, formado nesses termos – o que é realidade em quase todo país – facilmente reconhecemos as dificuldades que ele terá de superar de modo a tornar suas aulas mais interessantes, isto é, conseguir que os alunos participem efetivamente. Na verdade, este problema é geral, porém, nos países em desenvolvimento ele é muito mais sensível que nos países ditos desenvolvidos, dado que a própria dinâmica da evolução científica acaba orientando a busca de tendências mais técnicas e aplicativas. (BASSANEZI, 2002, p. 180)

O autor (2002, p. 177) afirma que a utilização da Modelagem como uma estratégia de ensino e aprendizagem é um dos caminhos para tornar os cursos de Matemática, em qualquer nível, mais atraentes e agradáveis.

Diante deste contexto, entendemos que a presente pesquisa se justificativa, pois pretendemos aprofundar nosso conhecimento sobre as propostas de trabalho com Modelagem Matemática, bem como contribuir como aporte teórico-metodológico para estudos na área de formação de professores de Matemática, pois a relevância da presente pesquisa reside na contribuição que seus resultados podem trazer com elementos formativos e curriculares para os Núcleos Docentes Estruturantes (NDEs) dos cursos de Licenciatura em Matemática, possibilitando reestruturações e adequações do processo de formação inicial de professores de Matemática no Brasil.

Considerando o exposto acima, o objetivo da presente pesquisa é: investigar a maneira

como a Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, está explicitada nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Para isso, queremos: (i) fomentar o debate e aprofundamentos da Modelagem Matemática no contexto da formação inicial de professores de Matemática; (ii) identificar as diferentes concepções de Modelagem Matemática contidas nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil; e (iii) identificar as disciplinas da matriz curricular das Licenciaturas em Matemática do Brasil que abordam a temática da Modelagem Matemática.

Buscando atender aos objetivos da presente pesquisa, constituímos a seguinte questão de investigação: **O que se revela sobre a presença da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil?**

O questionamento envolvendo tal problemática nos motivou a realizar a presente pesquisa para elencarmos reflexões e interpretações sobre a temática, a fim de melhorar a formação inicial do professor, com a finalidade de desenvolver uma prática pedagógica mais efetiva, considerando a realidade dos alunos na Educação Básica.

Seguindo esta linha de pensamento, delineamos as discussões concernentes a cada capítulo desta dissertação, estruturada em cinco capítulos. Após esta introdução, a fundamentação teórica está desenvolvida no Capítulo II, apresentando uma breve exposição a respeito dos Conhecimentos Necessários à Docência, sobre a Modelagem Matemática na formação de professores de Matemática, bem como as concepções de Modelagem Matemática, e apresentando também uma revisão da literatura sobre Modelagem Matemática nas Licenciaturas.

No Capítulo III, são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados e a opção metodológica da presente pesquisa – pesquisa qualitativa na modalidade documental –, destacando a concordância dos procedimentos metodológicos com o objeto de investigação (PPCs de Licenciatura em Matemática no Brasil); nele descrevo todo o movimento de constituição do *corpus* da pesquisa e da organização dos dados analisados, conforme a Análise de Conteúdo na perspectiva apresentada por Bardin (1977) e Rodrigues (2019).

No Capítulo IV, apresentamos a descrição e análise interpretativa dos dados, algumas características da disciplina de Modelagem Matemática no Brasil, que foram identificadas no levantamento realizado, e trazemos a descrição do Movimento da Análise de Conteúdo, bem como a descrição do processo da Análise de Conteúdo para a constituição das Categorias de Análise da pesquisa.

No Capítulo V, apresentamos a interpretação das Categorias de Análise, por meio do

procedimento da Análise de Conteúdo – movimento dialógico para nos proporcionar compreensões a respeito dos conhecimentos sobre a Modelagem Matemática presentes nas ementas dos PPCs de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Nas Considerações Finais, apresentamos nossa compreensão da temática explicitada na presente pesquisa, com o intuito de conhecermos e adentrarmos mais profundamente as questões da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, contidas nos Projetos Pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, de modo a procurar meios e formas de auxiliar futuros professores em sua trajetória profissional.

Nas Referências, registramos as obras da literatura na área utilizadas no desenvolvimento da presente pesquisa.

Nos Apêndices, apresentamos dados que se fizeram relevantes no desenvolvimento da pesquisa.

No Anexo, apresentamos a lista dos PPCs analisados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentamos a base teórica dos temas abordados na dissertação, bem como os principais conceitos e elementos utilizados que nortearam nossa investigação para subsidiar este estudo. Para tanto, é dividido em momentos, sendo estes: (i) Conhecimentos Necessários à Docência; (ii) Modelagem Matemática: Objeto de/a Pesquisa Modelagem; (iii) Modelagem Matemática na Formação de Professores de Matemática, pois é a partir deste contexto que formulamos o objetivo e a pergunta norteadora deste trabalho. Destacamos ainda que a fundamentação teórica nos guiará no procedimento de análise e interpretação dos dados.

Considerando o exposto acima, apresentamos, a seguir, alguns caminhos que nortearam a nossa fundamentação teórica.

2.1 Conhecimentos Necessários à Docência

Dentre os diferentes modos de entender o que um professor precisa saber para poder exercer sua profissão, assumimos que a proposição de Conhecimentos Necessários à Docência (SHULMAN, 1986, 1987, 2004, 2005), na perspectiva da base de conhecimentos para o ensino (Knowledge Base for Teaching), é uma teoria que sustenta o processo de formação inicial dos cursos de Licenciatura desenvolvidos no Brasil.

Lee S. Shulman (1938-) é hoje um dos nomes mais citados em revistas especializadas sobre formação de professores. O ensino como uma profissão implica um campo de conhecimentos que possa ser sistematizado e assim comunicado a outros (SHULMAN, 2004).

Toda profissão possui um corpo de conhecimentos característico, que a delimita e identifica seus agentes como possuidores desses conhecimentos, garantindo, assim, que possam exercê-la perante a sociedade (MARCELO, 2005).

Para Shulman (1987), é preciso que os professores construam pontes entre o significado do conteúdo curricular e aquele compreendido pelos alunos. De acordo com Oliveira (2005), para realizar esta tarefa,

É necessário que os professores tenham uma compreensão profunda, flexível e aberta do conteúdo, que estejam atentos para as dificuldades mais prováveis dos alunos perante os conteúdos; que compreendam as variações de métodos de ensino que podem ajudar os alunos na construção do conhecimento e que estejam abertos para rever seus objetivos, planejamento e procedimentos à medida que desenvolvem a interação com os estudantes. (OLIVEIRA, 2005, p. 04)

As pesquisas sobre os conhecimentos docentes surgiram, em meados da década de 1980,

a partir das reformas educacionais da formação inicial, como afirmam Backes et al. (2017):

Lee Shulman e seus colaboradores, como forma de contribuir para a profissionalização da docência e construir subsídios para fundamentar a reforma educativa e as políticas de formação do professor, desenvolveram construtos como o conhecimento base para o ensino e as fontes de conhecimento base. Seus estudos foram construídos com base em alguns questionamentos: quais são as fontes do conhecimento base para o ensino? Em que termos podem-se conceituar essas fontes? Quais são suas implicações para as políticas docentes e para a reforma educativa? (BACKES et al., 2017, p. 03)

Shulman (1987, p. 106) explicita que a base de conhecimentos para o ensino “é o corpo de entendimentos, conhecimentos, habilidades e disposições de que um professor precisa para atuar efetivamente numa dada situação de ensino”. O referido autor utiliza o termo “conhecimento” para fazer referência àquilo que os professores deveriam compreender sobre a docência, para favorecer um processo de ensino-aprendizagem eficiente.

Santos (2017) diz que

Lee Shulman, criticou os programas de formação inicial e as bases teóricas da pesquisa com professores, por não concentrar sua atenção no entendimento de como se torna professor. Para o autor, a psicologia cognitiva deve valorizar não só a compreensão da aprendizagem do conteúdo pelo aluno, mas sim, de como o conteúdo específico do conhecimento é transformado na mente do professor. (SANTOS, 2017, p. 32)

Os conhecimentos da base possuem diferentes naturezas, mas todos eles são essenciais para a atuação do professor em sua prática docente.

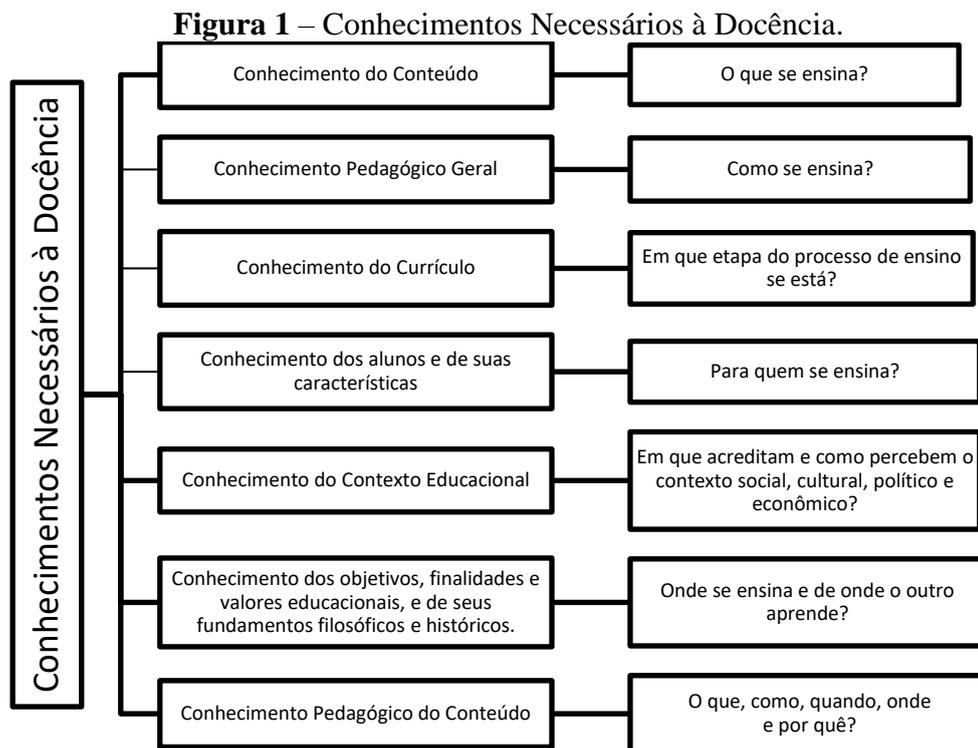
Santos (2017) corrobora dizendo que

De modo geral, os saberes docentes, além de compor um constructo da ação pedagógica, colaboram para identidade profissional docente, levam a uma significação pessoal e coletiva da profissão, uma vez que estes saberes possibilitam analisar crenças arraigadas sobre as representações sociais da docência baseadas no senso comum ou ideias simplistas. (SANTOS, 2017, p. 30)

Backes et al. (2017) afirmam que os principais referenciais para as pesquisas de Shulman foram os próprios professores que participaram de seus estudos, defendendo que

O objetivo da formação deve ser educar o professor para raciocinar sobre o que ensina, algo que deve estar alicerçado na reflexão sobre a prática e em uma formação com premissas adequadamente fundadas, tanto do campo ético, quanto empírico, teórico e prático, que tenham amplo respaldo na comunidade profissional dos professores. (BACKES et al., 2017, p. 03).

Baseado em pesquisas extensas e detalhadas em estudos de casos com professores em início de carreira e professores já experientes, Shulman (1986, 1987, 2005) propôs uma base de conhecimento composta por diferentes categorias. Apresentaremos as sete Categorias de Conhecimentos Base para o Ensino, explicitadas por Shulman, constituindo uma organização didática dos aspectos que devem compor o fazer do professor, como consta na Figura 1, a seguir.



Fonte: Adaptada de Shulman (2005).

O primeiro Conhecimento Necessário à Docência relaciona-se com o Conhecimento do Conteúdo e refere-se ao conhecimento do professor em relação a implicações teórico-práticas. O docente precisa apresentar um amplo conhecimento dos conhecimentos específicos e saber relacionar com as demais disciplinas, porque o processo de ensino inicia, necessariamente, em uma circunstância em que o professor compreende aquilo que deve ser aprendido e como deve ser ensinado. Segundo Shulman (1986), os professores:

Não devem ser somente capazes de definir para os alunos as verdades aceitas no âmbito da disciplina. Eles devem também explicar por que uma particular afirmação é dita garantida, e porque vale a pena saber e como isso se relaciona com outras afirmações. Tanto dentro da disciplina e fora dela, tanto na teoria como na prática [...] Além disso, nós esperamos que professores entendam por que um dado tópico é particularmente central para uma disciplina, ao mesmo tempo em que um outro pode ser de alguma forma periférico. (SHULMAN, 1986, p. 9)

O domínio desses conhecimentos amplia as possibilidades de intervenção docente, e a

sua deficiência limita o que eles terão que ensinar futuramente para os seus futuros alunos.

O segundo Conhecimento Necessário à Docência refere-se ao Conhecimento Pedagógico Geral e baseia-se em princípios e estratégias gerais de gestão e organização da aula, onde a abordagem metodológica de ensino-aprendizagem deve ocorrer de uma forma dinâmica e fluida, cercada pelos objetivos de aprendizagem, favorecendo assim a construção do conhecimento, amenizando as dificuldades discentes, tais como a de compreensão, associação e aplicação do conteúdo com a realidade.

Rodrigues, Miskulin e Silva (2019), com base em Shulman, apontam que

O conhecimento pedagógico ou didático geral, o qual é concebido por Shulman (1987) como sendo o conhecimento que envolve os princípios ou estratégias de gestão e organização de classe, úteis para ensinar o conteúdo. Para ele, o conhecimento pedagógico transcende o âmbito de uma disciplina, pois não são conhecimentos específicos destinados a uma matéria ou disciplina e, sim, algo mais abrangente e geral, que procura alcançar objetivos mais amplos com o seu ensino para a formação dos alunos. (RODRIGUES; MISKULIN; SILVA, 2019, p. 327)

Este conhecimento requer do professor uma preparação didática pedagógica em sua formação continuada permanente.

O terceiro Conhecimento Necessário à Docência trata do Conhecimento do Currículo e nos diz que é essencial conhecer a organização e os princípios fundamentais do curso, a inserção do conteúdo e da disciplina na formação, a repercussão e contribuições desta disciplina para o discente e para a sua formação humana e profissional, de maneira a favorecer que o professor conduza a disciplina com consciência e intencionalidade.

Para Shulman (1986), o conhecimento curricular por parte do professor se compara ao conhecimento do médico sobre qual tratamento é mais eficaz para tratar determinada enfermidade de um paciente, pois, segundo o autor:

Esperamos que um médico experiente entenda todos os diferentes tratamentos disponíveis para melhorar uma determinada doença, assim como as alternativas para circunstâncias particulares de sensibilidade, custo, interação com outras intervenções, conveniência, segurança ou conforto. Da mesma forma, devemos esperar que o professor experiente tenha tais entendimentos sobre as alternativas curriculares para a instrução. (SHULMAN, 1986, p. 10)

Assim, o professor deve conhecer outros aspectos do currículo que possibilitem alternativas curriculares para o ensino do conteúdo trabalhado. Para isso, o docente deve ter domínio dos materiais e dos programas que servem como “ferramentas para o ofício” do professor, pois o ensino de uma disciplina ou conteúdo não é um fim em si mesmo, mas um veículo a serviço de outros fins.

O quarto Conhecimento Necessário à Docência refere-se ao Conhecimento dos Alunos e de suas características, e baseia em conhecer os estudantes, de maneira individual e coletiva, em suas percepções, concepções, formas de aprender e equívocos comuns, contextualizando-os com o dia a dia, identificando as diferentes necessidades de aprendizagem. Mizukami (2004, p. 5) afirma que o conhecimento dos alunos envolve “as características dos alunos, processos cognitivos e desenvolvimentais de como os alunos aprendem”. Sem esse conhecimento, o professor pode fundamentar suas decisões na visão que possui ou desconsiderar o processo de aprendizado discente, o que pode ser um ponto negativo, dificultando a adequação dos objetivos pedagógicos e adaptação das abordagens metodológicas de ensino às características dos estudantes.

O quinto Conhecimento Necessário à Docência relaciona-se ao Conhecimento do Contexto Educacional e se refere à compreensão que abrange desde o aspecto micro, como o funcionamento do grupo, da turma e da escola, até o aspecto macro, como a gestão e financiamento escolar, até o caráter das comunidades e culturas. Tal qual é definido por Shulman (2005, p. 11) como sendo o conhecimento que abarca “desde o funcionamento do grupo, classe, a gestão e financiamento dos distritos escolares até o caráter das comunidades e culturas”.

O sexto Conhecimento Necessário à Docência refere-se ao Conhecimento dos Objetivos, finalidades e valores educacionais, e de seus fundamentos filosóficos e históricos, e enfatiza que a função dos professores não é somente o ensino dos conteúdos pelos conteúdos, mas sim a busca pela formação de indivíduos, pois o compromisso profissional de um professor reside em modificar a situação em que se encontra, superando as contradições ou dilemas, ou encontrar argumentos ou razões para justificar sua situação.

Rodrigues (2019, p. 331), referenciando Contreras (2002, p. 78), diz que a função dos professores não é somente o ensino dos conteúdos pelos conteúdos, mas sim a busca pela formação de indivíduos, pois “o compromisso profissional de um professor reside em modificar a situação em que se encontra, superando as contradições ou dilemas, ou encontrar argumentos ou razões para justificar sua situação”.

Sobre isso, o referido autor, corroborando Leite (2011, p. 20), afirma que “o docente precisa ter preparo para compreender os desafios inerentes ao processo de ensino-aprendizagem e assegurar-se da importância dos princípios em relação ao caráter ético de sua atividade”.

O professor deve assumir uma postura de facilitador do processo de ensino-aprendizagem e centrar-se no desenvolvimento, para que o discente construa seu próprio saber, mas precisa reconhecer que este não constitui um ser sem concepções prévias, mas que deve

evoluir a fim de atingir o conhecimento científico.

O sétimo Conhecimento Necessário à Docência relaciona-se com o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, sendo esta uma forma de conhecimento prático que é usada por professores para orientar sua prática em sala de aula de forma altamente contextualizada. Esta forma de conhecimento prático do professor é constituída, entre outras coisas, por saberes de como se estruturar e representar o conteúdo acadêmico aplicados diretamente ao processo de ensino e aprendizagem de seus alunos. Concepções consensuais e não consensuais (equívocos) e as dificuldades que os estudantes encontram ao aprender determinado conteúdo. Conhecimentos das estratégias de ensino específicas que podem ser usados para atender às necessidades de aprendizagem dos alunos em circunstâncias específicas em sala de aula.

A expressão Conhecimento Pedagógico de Conteúdo foi inicialmente apresentada por Shulman para denominar um tipo específico de conhecimento de professores, um conhecimento que diferencia um professor de uma dada disciplina de um especialista dessa mesma disciplina. Essa expressão foi nomeada pela primeira vez por ele numa conferência na Universidade do Texas em 1983, cujo título era: “O paradigma perdido na pesquisa sobre ensino.” O paradigma perdido era o conteúdo específico e a escassa atenção que estava merecendo no caminho para ser professor.

No artigo de 1987, Shulman descreve a ideia do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo pela primeira vez dizendo: “Conhecimento Pedagógico de Conteúdo é aquele amálgama especial entre conteúdo e pedagogia que pertence unicamente ao universo de professores, sua forma especial de entendimento profissional” (SHULMAN, 1987, p. 8).

Shulman (1986, 1987) mencionou o termo Conhecimento Pedagógico de Conteúdo para nomear o conhecimento a que o professor deve satisfazer: “um amálgama entre conhecimentos pedagógicos e conhecimentos disciplinares que constituiria uma forma específica de o professor conhecer sua disciplina” (FERREIRA, 2014, p. 13).

Sendo assim, esse Conhecimento consiste em perceber o conteúdo e a pedagogia relacionados entre si, ou seja, após a explanação e interpretação de um conteúdo matemático, por exemplo, o professor consegue formar distintas maneiras de ensinar esse conteúdo específico, levando em consideração as habilidades e o interesse dos alunos, a fim de torná-lo compreensível para os mesmos.

Para Shulman (2005), o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo integra a base de conhecimentos para o ensino, afirmando que

O conhecimento Pedagógico do Conteúdo emerge quando o professor ensina determinado conteúdo aos seus alunos e utiliza uma série de estratégias como, por exemplo: explicações, analogias, ilustrações, metáforas representações (gráficas, visuais etc.), situações-problema, visando à transformação dos conhecimentos desses conteúdos específicos em conhecimentos ensináveis e compreensíveis pelos alunos. (SHULMAN, 2005, p. 21)

A concepção de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo refere-se à intersecção entre conteúdo e pedagogia e supõe, na visão original de Shulman, “a capacidade de um professor para transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas pedagogicamente poderosas e adaptadas às variações dos estudantes, levando em consideração as experiências e bagagens dos mesmos” (SHULMAN, 1987, tradução nossa).

Para Shulman, é essa capacidade de transformação do conteúdo que distingue um professor de um especialista na matéria. Shulman definiu o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo como aquele conhecimento:

[...] que vai além do conhecimento da matéria em si e chega na dimensão do conhecimento da matéria para o ensino. Eu [Shulman] ainda falo de conteúdo aqui, mas de uma forma particular de conhecimento de conteúdo que engloba os aspectos do conteúdo mais próximos de seu processo de ensino. [...] dentro da categoria de conhecimento pedagógico do conteúdo eu [Shulman] incluo, para os tópicos mais regularmente ensinados numa determinada área do conhecimento, as formas mais úteis de representação dessas idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos e demonstrações – numa palavra, os modos de representar e formular o tópico que o faz compreensível aos demais. Uma vez que não há simples formas poderosas de representação, o professor precisa ter às mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam da pesquisa enquanto outras têm sua origem no saber da prática. (SHULMAN, 1986, p. 09)

Considerando os Conhecimentos Necessários à Docência elencados Shulman (1986, 1987, 2005), os quais estabelecem os conhecimentos base para o ensino, direcionando um olhar para o conhecimento do professor, na presente pesquisa destacamos o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e sua importância para o desenvolvimento de abordagens metodológicas para o ensino de Matemática, entre as quais definimos a Modelagem Matemática como objeto de pesquisa.

2.2 Modelagem Matemática: Objeto de/a Pesquisa

Na atualidade, o grande desafio para o ensino de Matemática é superar a dicotomia existente entre a Matemática ensinada de forma tradicional e a Matemática que busca atribuir significados ao processo de ensino com vistas à aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, urge a necessidade de o conhecimento matemático ser transformado com o propósito de ser ensinado e aprendido.

De acordo com Bassanezi (2002, p. 179), num curso tradicional de Licenciatura, as disciplinas são geralmente tratadas de forma independente umas das outras, sem propiciar formas originais e criativas de se trabalhar a Matemática e, ainda, “o próprio processo atual de formação do professor não leva o educando a estabelecer uma associação relevante entre o que se ensina e o mundo real”.

A esse respeito, Monteiro e Pompeu (2001, p. 48) afirmam que “o processo educativo que perde contato com o meio em que se insere torna-se obsoleto, sem dinâmica, e afastado de seu objetivo principal, que é educar e formar cidadãos”.

Surge, portanto, a necessidade de aproximar, relacionar e formalizar a Matemática estudada em âmbito escolar, a partir do cotidiano do estudante. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática apresenta-se como uma possibilidade.

A Modelagem Matemática é apontada por diversos autores como uma das tendências em Educação Matemática que podem contemplar a formação da cidadania, sendo amplamente discutida nos diversos cenários da pesquisa e da prática do processo de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino.

Para D’Ambrosio (1989), a Modelagem Matemática é uma forma de interação do conteúdo de sala de aula com questões reais, sendo que o trabalho com Modelagem aproxima a Matemática escolar da Matemática vivenciada pelos alunos no dia a dia, tornando-os mais críticos e tornando os conteúdos mais significantes:

Os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia. Através da modelagem matemática o aluno se torna mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia-a-dia. Esse é um momento de utilização de conceitos já aprendidos. É uma fase de fundamental importância para que os conceitos trabalhados tenham um maior significado pra os alunos, inclusive com o poder de torná-los mais críticos na análise e compreensão de fenômenos diários. (D’AMBROSIO, 1989, p. 3)

Para desenvolver a proposta de Modelagem, o professor deve estar, constantemente, repensando sua prática metodológica, tornando-se motivador, questionador, aberto a críticas, a perguntas e a questionamentos que certamente surgirão ao longo do processo.

A literatura revela uma diversidade de concepções, perspectivas ou vertentes de Modelagem na Educação Matemática. Procuramos sintetizar, na presente pesquisa, quatro concepções, perspectivas ou vertentes para explicitarmos a que adotaremos para a análise dos dados envolvendo os PPCs.

Uma primeira concepção de Modelagem Matemática é apresentada por Rodney Carlos Bassanezi. Para o autor (BASSANEZI, 2002, p. 16), a Modelagem Matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Bassanezi (2002) aponta a Modelagem Matemática como um elemento motivador para o aprendizado dos alunos, sendo que a metodologia consiste na criação de um modelo matemático capaz de explicar situações do mundo real, preparando o indivíduo para assumir seu papel de cidadão.

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2004, p. 24)

Para o autor, a Modelagem Matemática segue cinco etapas, as quais são expressas como:

Experimentação – Processo laboratorial onde se obtêm os dados necessários. A obtenção dos dados é ditada pela natureza do experimento e seus objetivos.

Abstração – Procedimento que leva à formulação de modelos matemáticos que contemplem a seleção de variáveis, problematização, elaboração de hipóteses e simplificação.

Resolução – É a obtenção do modelo matemático, que substitui a linguagem natural pela linguagem matemática.

Validação – A aprovação ou não do modelo proposto. Os modelos são confrontados com os dados empíricos, comparando as soluções e previsões.

Modificação – Reformulação do modelo, quando há necessidade. Segundo o autor, nenhum modelo deve ser considerado definitivo e, ainda, um bom modelo propicia a formulação de novos modelos.

Uma segunda concepção da Modelagem Matemática é defendida por Dionísio Burak, e nessa concepção o autor diz que a “Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62). Para o autor, a Modelagem Matemática busca pautar o ensino

de Matemática a partir de situações de interesse do estudante, não como uma receita pronta para a aprendizagem, mas como um conjunto de procedimentos, envolvendo ações e interações, capazes de favorecer a formação de conceitos e a construção de conhecimentos matemáticos e outros.

Burak (2010) apresenta cinco etapas que auxiliam o desenvolvimento da Modelagem Matemática na perspectiva de significação e formação do conhecimento matemático. São elas:

1 – Escolha do tema: Para ser desenvolvido em Modelagem Matemática, deve partir do interesse do grupo ou grupos de estudantes e inicialmente pode não ter nada de Matemática.

2 – Pesquisa exploratória: Esta etapa consiste em conhecer mais sobre o tema, buscar informações no local onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas, além de se constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem; é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico.

3 – Levantamento dos problemas: É a etapa em que se inicia a ação matemática propriamente dita, pois é o início do levantamento dos problemas, como resultado da pesquisa exploratória.

4 – Resolução do(s) problema(s): Confere à Modelagem Matemática a etapa em que se faz uso de todo o ferramental matemático disponível; nela, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado.

5 – Análise crítica da(s) solução(ões): Esta etapa da Modelagem é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas.

Dessa nova forma de encaminhamentos, dada por Burak, interpretamos que ocorreu um avanço teórico no âmbito epistemológico da concepção desse autor, que se direciona dos moldes usuais para um ensino por construção e, por conseguinte, persegue mais de perto um ensino contextualizado, fruto de influências recebidas das ciências humanas, como ele mesmo afirma, valendo-se das teorias de Piaget, Vygotsky e David Ausubel.

Uma terceira concepção de Modelagem Matemática é apresentada por Maria Salett Biembengut, concepção essa em que a busca por uma metodologia que possibilitasse a compreensão de algo abstrato por meio do concreto se intensificou com o passar do tempo. Na década de 1960, aconteceram movimentos internacionais de grande importância para o uso de Modelagem Matemática, debatendo sobre seu uso e suas aplicações. Sobre este assunto Biembengut (2009) nos diz que

O debate sobre modelagem e aplicações na Educação Matemática no cenário internacional ocorre, em especial, na década de 1960, com um movimento

chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema. (BIEMBENGUT, 2009, p. 02)

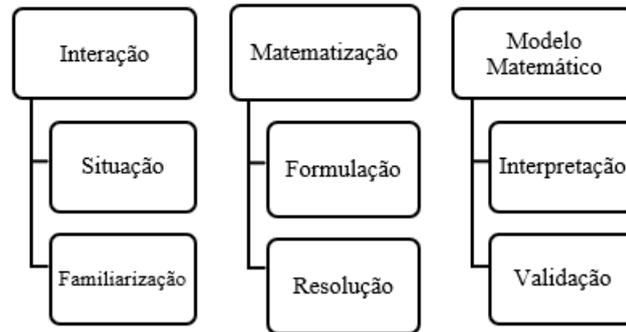
A autora supracitada nos diz que esses movimentos internacionais influenciaram fortemente o Brasil:

Esses movimentos educacionais pela modelagem matemática na educação influenciaram o Brasil praticamente ao mesmo tempo, com a colaboração dos professores, representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. A modelagem matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. (BIEMBENGUT, 2009, p. 02)

A Modelagem Matemática pode ser usada em diversas situações. Entretanto, depende do conhecimento sobre o assunto relacionado ao problema a ser resolvido e do grau de conhecimento matemático de quem vai resolver, podendo ser utilizadas expressões algébricas, fórmulas, gráficos, equações, entre outros recursos, com o objetivo de obter um modelo matemático que retrate aproximadamente aspectos da situação pesquisada. Portanto,

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas. (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 12)

Para representar uma situação real em linguagem matemática, segundo Biembengut e Hein, são necessários alguns procedimentos, os quais apresentamos na Figura 2:

Figura 2 – Dinâmica de Modelagem Matemática.

Fonte: Adaptada de Biembengut e Hein (2005, p. 07).

A interação está composta por duas partes: o reconhecimento da situação-problema e a familiarização, com pesquisa científica sobre o assunto a ser modelado. Na matematização, deve-se: classificar as informações e identificar os fatores envolvidos, levantar hipóteses, selecionar as variáveis envolvidas e os símbolos apropriados e descrever essas relações em termos matemáticos; em seguida, analisa-se ou resolve-se a situação-problema com o ferramental matemático de que se dispõe, o que requer grande conhecimento sobre os conceitos matemáticos utilizados na formulação. Finalmente, faz-se uma avaliação para verificar qual o nível de aproximação e o grau de confiança do modelo em relação ao problema apresentado inicialmente.

A Modelagem Matemática é apontada por diversos autores como uma das tendências em Educação Matemática que pode contemplar a formação da cidadania, sendo amplamente discutida nos diversos cenários da pesquisa e da prática do processo de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino. Silva e Kato (2012, p. 01) justificam seu uso “por tratar, preferencialmente, de problemas advindos da realidade vivenciada pelos estudantes, propiciando a utilização de argumentos matemáticos para sua interpretação ou solução”.

A busca de um ensino mais significativo, que venha ao encontro dos anseios não só dos alunos, mas também dos profissionais da educação, é um desafio a todos os educadores que acreditam ser vital o desenvolvimento de um espírito investigativo e crítico na construção do conhecimento. Essa preocupação deveria ser ainda maior quando nos referimos aos alunos de cursos de Licenciaturas, pois esses anseios não se limitam apenas ao indivíduo enquanto aluno, mas, sobretudo, ao futuro professor.

Uma quarta concepção de Modelagem Matemática é apresentada por Jonei Cerqueira Barbosa, como uma metodologia para o ensino, possibilitando ao professor mostrar aos alunos uma ligação entre os conteúdos aprendidos nas escolas e as situações encontradas na realidade.

Barbosa (2001) concebe a Modelagem Matemática em termos mais específicos, entendendo-a como uma oportunidade para os alunos indagarem diferentes situações por

intermédio da Matemática, sem procedimentos fixados previamente.

Para Barbosa (2001), a Modelagem Matemática é entendida

Como sendo uma ferramenta para que os alunos questionem situações diferentes com o uso da Matemática, sem que haja algum procedimento prévio. Desta forma, as ideias e os conceitos matemáticos se voltam para o desenvolvimento de atividades de forma aberta, sem um modelo específico. (BARBOSA, 2001, p. 05).

O autor (2001, p. 06) diz que a Modelagem Matemática é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Desta maneira os alunos tornam-se mais envolvidos com o processo de ensino e aprendizagem, pois trabalham com a Matemática ligada a uma aplicação prática.

Para Barbosa (2001), o professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Sendo o professor o responsável pela elaboração do problema de outra área da realidade, e os alunos pela coleta das informações e pela resolução. Os alunos buscam temas não matemáticos para formularem e resolverem os problemas. Também é deles a responsabilidade pela coleta dos dados e pela simplificação da situação-problema.

Uma tendência metodológica que sai da rotina, que permite a investigação e a participação efetiva do aluno na construção do conhecimento, de forma significativa.

O autor (2001, p. 02) cita cinco argumentos para o uso da Modelagem Matemática: “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática”.

Ainda para Barbosa (2001), o “termo ‘ambiente’ diz respeito a um lugar ou espaço que cerca, envolve”. Dessa forma, um ambiente de Modelagem é aquele que estimula os alunos a investigarem situações oriundas de outras áreas que não a Matemática, por meio da Matemática. Os alunos são convidados a fazer parte desse ambiente de Modelagem. À medida que os alunos se sentem interessados pela indagação e investigação, passam a se envolver e, então, desenvolver o trabalho com Modelagem.

Entendemos que o ambiente de aprendizagem da Modelagem é dinâmico, já que auxilia a elaboração de modelos matemáticos partindo de práticas discursivas que se originam nas interações sociais aluno-aluno, professor-aluno e aluno-professor (BARBOSA, 2007). Estas práticas discursivas contribuem para desenvolver o raciocínio crítico através de discussões

matemáticas, tendo como objetivo utilizar os objetos discursivos da linguagem matemática para a construção que entendemos como significativa do conhecimento matemático.

O ambiente colocado na definição do autor, citada anteriormente, está atrelado ao aceite dos alunos ao convite feito pelo professor a participarem da pesquisa. E o aceite é representado pelos questionamentos feitos pelos alunos e pelo envolvimento deles nas atividades propostas. Para Barbosa (2001, p. 07), o convite faz referência à indagação e investigação. A indagação vem da curiosidade expressa pelo aluno. E, por sua vez, a curiosidade é despertada à medida que o aluno se interessa pelo assunto. “A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações.”

Assim, aproximar a Matemática do cotidiano dos alunos e torná-los capazes de identificá-la e de usá-la de forma mais crítica no mundo que os cerca é uma tarefa que pode ser possibilitada pela utilização da Modelagem Matemática, constituindo um ambiente de aprendizagem em que os alunos podem construir modelos matemáticos com base em interesses e situações vividas. É deste modo que entendemos como significativo o conhecimento construído.

Barbosa (2001) associa cada configuração curricular de Modelagem a “casos”. Isso se refere às diferentes possibilidades de organização curricular da Modelagem. O autor classifica os casos de Modelagem em três tipos:

Caso 1: O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Caso 2: O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações necessárias à resolução. Caso 3: A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2001, p. 8)

Barbosa (2001) esquematiza a participação do professor e do aluno em cada caso como vemos, a seguir, no Quadro 1.

Quadro 1 – Configuração curricular de Modelagem.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados quantitativos e qualitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Adaptado de Barbosa (2001, p. 9).

Em todos os casos, o professor é concebido como “partícipe” na investigação dos alunos e o aluno é agente de seu aprendizado. O professor participa das discussões levantadas com o objetivo de estimular a curiosidade dos alunos, e a formulação das atividades é compartilhada com o educando, mas o aluno tem maior responsabilidade em sua resolução.

Considerando as quatro concepções, perspectivas ou vertentes da Modelagem Matemática na Educação Matemática aqui elencadas e brevemente discutidas, adotaremos, para a análise dos dados envolvendo os PPCs, a Modelagem Matemática na perspectiva de Barbosa, pois concordamos com Barbosa (2001), Rosa e Orey (2007), os quais concebem a Modelagem como um ambiente de aprendizagem que pode facilitar a construção do conhecimento matemático, pois esse ambiente promove a construção, a acumulação, a manipulação e a disseminação do conhecimento matemático.

Sendo assim, acreditamos que as disciplinas que abordam a temática da Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática poderão contribuir para provocar, nos futuros professores de Matemática, uma visão prática da disciplina, a importância de contextualizar a Matemática através da aplicação de conteúdos matemáticos em situações cotidianas, e a percepção do caráter interdisciplinar do processo de ensino e aprendizagem.

Tendo a Modelagem Matemática como objeto de pesquisa, apresentamos a seguir a Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática, bem como alguns trabalhos publicados que reforçam a ideia de que a Modelagem Matemática seja incorporada, na prática, nos cursos de Licenciatura em Matemática.

2.3 Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática

A formação inicial dos professores, mais especificamente a formação inicial dos professores de Matemática, além da aquisição dos conhecimentos considerados básicos, deve enfatizar o desenvolvimento de atitudes e valores que irão nortear a ação do professor.

Para Malheiros (2014, p. 02), a formação inicial tem sido investigada a partir de diferentes enfoques, dentre os quais a Modelagem, que pode ser compreendida como uma abordagem pedagógica para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática ou como um caminho metodológico para se trabalhar Matemática em sala de aula.

Pesquisas sobre a prática de Modelagem nos diversos níveis de ensino vêm ganhando espaço nos debates da comunidade de pesquisadores, principalmente no âmbito da formação inicial de professores. Pesquisadores como Santana (2010), Assis (2013), Aquino (2014), Carvalho (2014), Oliveira (2016) e Martins (2017) reforçam a ideia de que é preciso que a Modelagem seja incorporada, na prática, aos cursos de Licenciatura em Matemática.

Motivada pela inquietação enquanto docente de um curso à distância, o estudo de Santana (2010), com o título “Avaliação discente de um curso de Modelagem Matemática à distância”, foi realizado com o objetivo de compreender a dinâmica da formação à distância sob dois aspectos: “entender as experiências dos licenciandos com os diferentes momentos e espaços de interação de um curso à distância e como avaliam este processo quando cursam a disciplina de Modelagem”; e “Analisar o planejamento da disciplina de Modelagem, sob o ponto de vista do professor, como dimensão constitutiva das experiências vivenciadas pelos estudantes quando a cursam à distância”.

Justificando sua pesquisa, Santana (2010) diz:

Dessa maneira, o estudo poderá trazer contribuições para uma compreensão acerca dos processos formativos à distância. Especialmente, na dinâmica das relações que se constituem entre os atores humanos e não-humanos envolvidos num curso de Matemática, no âmbito da licenciatura da modalidade à distância, que certamente avançará a discussão de Educação à distância e, conseqüentemente, de Modelagem, ao mesmo tempo que possíveis frentes de pesquisa se levantem no que interessa a este Campo de Pesquisa como do Ensino de Matemática à Distância. (SANTANA, 2010, p. 13)

A possibilidade de efetivamente se realizar um projeto de Modelagem à distância de qualidade é um grande desafio a ser enfrentado. Assim, muitos estudos são necessários para subsidiar todas estas questões ainda em aberto para educadores e formadores de educadores.

A pesquisa de Assis (2013, p.05), intitulada “Modelagem Matemática na formação de Professores: algumas contribuições”, tem como objetivo “investigar a percepção de professores, em exercício e em formação, acerca da Modelagem e de sua inserção na formação do professor de Matemática”. A pesquisa evidenciou a percepção dos participantes sobre a importância de utilização da Modelagem nas aulas de Matemática em diferentes níveis, como uma alternativa às aulas ditas tradicionais, que atendem aos objetivos da Matemática nos contextos escolares.

Assis (2013) diz que as escolas também figuram como um dos dificultadores do trabalho com essa metodologia de ensino, pois

Em alguns casos, há uma deficiência em relação à estrutura de algumas escolas para alguns trabalhos, além da falta de apoio para trabalhos de Modelagem,

baseada na possibilidade de não cumprir-se o currículo da disciplina em função das atividades diferirem, em parte, dos conteúdos fechados dos currículos de cursos. Além disso, a dinâmica das aulas e a participação mais livre dos alunos nas atividades pode gerar situações que, em algumas escolas, podem ser entendidas como falta de controle da disciplina em classe. (ASSIS, 2013, p. 58)

O autor apresenta também, como resultado da pesquisa, o Produto Educacional intitulado: *A Modelagem Matemática em sala de aula: descrição comentada de duas experiências*. Apresentando sugestões para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, tendo como referência principal a pesquisa realizada. Sendo exemplos de possibilidades de utilização de Modelagem na sala de aula, a descrição comentada da forma como foram desenvolvidas e dos resultados obtidos pode, de alguma maneira, ser material para professores que desejem conhecer possibilidades de utilização da Modelagem em contextos educacionais, ou mesmo orientar aqueles que tenham interesse em desenvolver atividades com características similares.

Aquino (2014), em sua dissertação “Disciplinas de Educação Matemática em cursos de Licenciatura em Matemática: um estudo sobre enunciações de licenciandos do Instituto Federal do Piauí (IFPI)”, diz que sua ideia inicial era pesquisar sobre o professor reflexivo, pois considerava inclusive que “todos” os problemas de dificuldade de aprendizado da Matemática estariam resolvidos se o professor fosse capaz de refletir sobre sua prática; e, a partir daí, reorganizar sua forma de ensinar, tornando a aula mais “compreensível”.

A pesquisa de Aquino (2014) tem como objetivo analisar as enunciações de licenciandos em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí sobre o currículo de seu curso, no que se refere às disciplinas de Educação Matemática. Para identificar quais são as disciplinas, o trabalho toma como parâmetro uma pesquisa de Gatti e Nunes (2009) sobre o currículo de Licenciatura no Brasil. Nesse sentido, consideraram-se Didática da Matemática, Modelagem da Matemática, Pesquisa em Ensino da Matemática e História da Matemática como disciplinas.

O que se conclui é que existe uma lacuna entre o que é ensinado nas universidades e o que é realmente importante para a realidade escolar. Especificamente no que se refere aos cursos de Licenciatura em Matemática, parece ter havido, durante anos, uma preocupação maior em formar o bacharel em Matemática, em vez de formar o professor de Matemática, e estes são dois tipos de profissionais distintos.

A autora ressalta a necessidade de uma formação de professores construída dentro da profissão. Isso significa que a formação docente necessita estar atrelada ao que chama “forte

componente prático”, voltada especificamente para a aprendizagem dos estudantes e para o estudo de casos concretos, adotando o trabalho escolar como referência.

A pesquisa de Carvalho (2014), intitulada “O uso da Modelagem Matemática na formação de professores de Matemática da educação básica”, teve início com uma investigação na literatura sobre a Modelagem Matemática enquanto tendência no campo da Educação Matemática, voltada para a formação inicial e continuada de professores.

O objetivo de sua pesquisa foi avaliar e reorganizar um texto didático sobre o uso da Modelagem Matemática para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática da Educação Básica, e, para isso, foi usado como base o curso de extensão realizado pelo GPECOM (Grupo de Pesquisa em Ensino Contextualizado de Matemática), com professores das cidades circunvizinhas a Campina Grande, além das dissertações de três ministrantes desse curso e os materiais produzidos pelos participantes.

Após estudos iniciais, comprovou-se que o curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, que prepara a maioria dos docentes em Matemática da região polarizada por Campina Grande, envolvendo mais de 60 municípios das microrregiões do Agreste, não possui na sua graduação uma disciplina específica que aborde o uso da Modelagem Matemática em sala de aula. Uma análise do currículo dos cursos de Licenciatura das outras duas universidades públicas da região – UFCG e UFPB – também evidenciou que estes não apresentam nos seus currículos componentes didáticos para preparar os futuros professores de Matemática nesta direção.

Em sua pesquisa, com o título “Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática das universidades estaduais do Paraná”, Oliveira (2016, p. 09) diz que “as discussões sobre as pesquisas e as práticas com Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática têm sido cada vez mais recorrentes no contexto da formação de professores de Matemática”. Diante desta afirmação e compreendendo que as discussões sobre essa temática são relativamente recentes no seio da comunidade acadêmica, sua pesquisa evidencia contribuições para fomentar o debate e aprofundamentos da Modelagem nesse contexto.

O autor investigou as ementas das disciplinas inerentes aos cursos de Licenciatura em Matemática das universidades estaduais do Paraná, as quais estavam disponibilizadas no *site* de cada instituição, e mapeou aqueles cursos que ofertavam a disciplina específica de Modelagem Matemática, no ano de 2014, como de caráter obrigatório.

Para além dessa compreensão, a Modelagem foi focada na qualidade de disciplina. Decorrente desse enfoque, a referida disciplina, para o autor, se mostra como um conjunto de

ações práticas um tanto confuso, no contexto da formação de professores. Desse modo, o autor se refere a um ambiente que tem oportunizado diferentes formações, cada uma com sua particularidade, portanto, manifestando-se como deslocada por sinal, frente a uma compreensão mais ampla sobre sua presença no âmbito das Licenciaturas. Do ponto de vista reflexivo, essa interpretação nos convida ao debate sobre esse locus de manifestação, Modelagem configurada como disciplina, para que possa ser ajustada nos modelos e atenda às expectativas de uma formação.

A dissertação de Martins (2017), com o título “A disciplina Modelagem na Educação Matemática na UFMG: Percepções junto a estudantes e egressos do curso de Licenciatura em Matemática”, investigou quais são as percepções que emergem a partir das experiências vivenciadas por estudantes na disciplina Modelagem na Educação Matemática. Para isto, traçou como objetivo identificar percepções junto a estudantes e egressos do curso de Licenciatura em Matemática da UFMG quanto à Modelagem a partir da disciplina Modelagem na Educação Matemática.

Sobre a formação docente, a autora afirma que a Licenciatura deve formar professores reflexivos e pesquisadores da sua própria prática, pois, assim, os cursos formativos estarão contribuindo para a “constituição do desenvolvimento profissional e para a identidade docente do professor” (p. 21).

Para a autora, a formação de professores ocupa um papel importante quando falamos em Modelagem na sala de aula, pois os espaços de formação de professores, ao propiciarem experiências com a Modelagem, contribuem para tornar os professores mais seguros em sua prática pedagógica, tornando-se as tensões e/ou dilemas mais naturalizados.

Diante desta pesquisa e das contribuições por ela apresentadas, a autora acredita que as discussões sobre percepções de professores e futuros professores sobre a formação inicial contribuíram para se pensar sobre os aspectos curriculares da formação do professor de Matemática de maneira mais ampla, e sobre as implicações de disciplinas que abordem a Modelagem como proposta pedagógica para essa formação. Acreditando, também, que este trabalho pode apresentar contribuições para novas iniciativas no curso de Licenciatura em Matemática da UFMG, nas próximas ofertas da disciplina de Modelagem Matemática na Educação Matemática e de outras disciplinas com abordagem fundamentada na Educação Matemática.

Surge, portanto, a necessidade de aproximar, relacionar e formalizar a Matemática estudada em âmbito escolar, a partir do cotidiano do estudante. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática apresenta-se como uma possibilidade.

Para a profissão docente, o processo formativo é essencial, tanto a formação inicial quanto ao longo de sua carreira na formação continuada, pois a formação de professores é um processo contínuo e permanente. Em sua profissão, o professor envolve em seu trabalho docente elementos advindos de sua experiência profissional e do processo formativo.

Sendo assim, o processo formativo é uma questão central na educação atual, no Brasil. Diante da perspectiva da formação inicial, Martins (2007, p. 05) diz que “sua importância se justifica, porque essa ciência vem sendo, cada vez mais, aplicada em outras áreas do conhecimento humano”, salientando ainda que “é fundamental formar professores que estejam comprometidos e preparados para atender às exigências educacionais, sociais e tecnológicas, bem como, para as eventuais mudanças da sociedade atual”.

Devido às novas orientações do Conselho Nacional de Educação, que visam à qualificação do professor da Educação Básica, os cursos de Licenciatura do Brasil vêm passando por várias reformulações em suas grades curriculares.

A formação inicial de professores deve contribuir para o desenvolvimento pessoal, para a tomada de consciência da responsabilidade no desenvolvimento da escola e dos alunos, para a aquisição de uma atitude reflexiva acerca dos processos de ensino e de aprendizagem (GARCÍA, 1999, p. 80).

Para que a formação inicial possa fornecer uma base sólida para a atuação docente de forma abrangente e eficaz, Oliveira (2005) afirma que

Conhecimentos de diferentes naturezas são necessários. Esses conhecimentos englobam, os fundamentos psicossociais norteadores da atuação pedagógica e os aspectos legais e estruturais do ensino expressos nas Políticas Educacionais e nas Diretrizes e Normas que orientam a execução do trabalho docente. Isso supõe, portanto, uma formação bastante ampla do futuro educador, que não se restringe ao conhecimento da sua disciplina ou área de estudo, mas que se relaciona ao contexto de trabalho em que ele deverá atuar. (OLIVEIRA, 2005, p. 05)

Sendo assim, a formação inicial dos professores de Matemática, além da aquisição dos conhecimentos considerados básicos, deve enfatizar o desenvolvimento de atitudes e valores que irão nortear a ação do professor.

Baseando-se em sua formação, cabe ao professor definir sob qual perspectiva a Modelagem Matemática será incorporada à sua prática pedagógica, pois os professores precisam considerar os contextos e realidades dos seus alunos. A esse respeito, Passos e De Góes (2008) afirmam que:

O ensino da disciplina deve levar o aluno a gostar de estudar matemática. Um professor, desde que bem preparado, munido de algumas estratégias e muito motivado, poderia atingir esse objetivo. Afinal, estudar a matemática com seus cálculos e seus conceitos, tende a desafiar a intelectualidade do jovem, o que em muito já favorece o interesse dos alunos. (PASSOS; DE GÓES, 2008, p. 02)

Diante deste contexto, para que o ensino da Matemática se torne dinâmico e interessante ao aluno, o professor deve fazer uso de um repertório de diferentes abordagens metodológicas de ensino, despertando um interesse pelo estudo, proporcionando uma interação com o professor e seus colegas, na busca do melhor entendimento e compreensão dos princípios matemáticos.

Para Barbosa (2001, p. 9), o professor deve ter a oportunidade de refletir sobre as experiências com Modelagem no contexto escolar, “como organizaram, que estratégias utilizaram, que dificuldades tiveram, de que forma os alunos reagiram, como foi a intervenção do professor etc.” A reflexão sobre estas vivências possibilita aos professores a geração de conhecimentos que possam subsidiar suas práticas pedagógicas com Modelagem.

O referido autor (2001, p. 14) diz ainda que “a formação de professores em relação à Modelagem deve se basear em duas frentes indissociáveis: a Modelagem propriamente dita e o conhecimento prático decorrente de sua abordagem na sala de aula”.

Além dessas considerações, Oliveira (2017) afirma em sua pesquisa que

[...] há a necessidade de implementação de práticas em modelagem de maneira mais frequente no âmbito da formação inicial, a fim de que os futuros professores lancem mão dessa metodologia. Em outras palavras, a prática da modelagem se mostra importante para que o acadêmico possa conhecer as especificidades teóricas e práticas desse recurso com o intuito de que possa implementá-la em sala de aula de maneira efetiva. (OLIVEIRA, 2017, p. 17)

Em outras palavras, a prática da Modelagem se mostra importante para que os futuros professores possam conhecer as especificidades teóricas e práticas desse recurso metodológico, com o intuito de que possam implementá-la em sala de aula de maneira efetiva. Assim, é oportuno convidar a comunidade a pensar a Modelagem nos cursos de Licenciatura em Matemática, de modo a torná-la mais presente no âmbito das formações.

No capítulo seguinte, apresentamos a opção metodológica, os procedimentos de coleta e de análise dos dados da presente pesquisa.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Apresentamos, neste capítulo, a metodologia adotada na presente pesquisa, explicando nossa opção, ressaltando seus procedimentos na coleta dos dados. O objetivo deste capítulo é mostrar os procedimentos metodológicos que permeiam o processo de constituição do *corpus* da pesquisa, realizada segundo a perspectiva de pesquisa qualitativa, na modalidade documental. Apresentamos também os procedimentos metodológicos de constituição e análise dos dados, na perspectiva da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977; RODRIGUES, 2019).

Buscamos traçar respostas para a questão norteadora: **O que se revela sobre a presença da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil?** Esta proposta de investigação nos conduz ao objetivo de investigar a maneira como a Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, está explicitada nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Na busca pela compreensão sobre o objeto investigado, apresentamos, no item a seguir, a opção metodológica adotada no processo de constituição e análise dos dados.

3.1 Opção Metodológica da Pesquisa

Pela natureza do objeto de investigação desta pesquisa, utilizamos a pesquisa qualitativa, na abordagem documental. Porém, ressaltamos que, para representar e interpretar os dados objetivos referentes a tabelas e gráficos que compõem o *corpus* da pesquisa, os quais contribuem para a construção das inferências e interpretações das categorias que emergiram da Análise de Conteúdo realizada, utilizamos algumas representações de ordem quantitativa.

A pesquisa qualitativa, de acordo com Creswell (2007, p. 186), é interpretativa, ou seja, o pesquisador faz uma interpretação dos dados, incluindo “o desenvolvimento da descrição de uma pessoa ou de um cenário, análise de dados para identificar temas ou categorias e, finalmente, fazer uma interpretação ou tirar conclusões sobre seu significado, pessoal e teoricamente”.

A pesquisa qualitativa, para Minayo (2001), trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Bogdan e Biklen (1994, p. 48) afirmam ainda que os pesquisadores que adotam a pesquisa qualitativa “tentam analisar os dados em toda sua riqueza, respeitando, tanto quanto

possível, a forma com que estes registros foram registrados ou transcritos”, e que há preocupação com o processo de pesquisa, e não simplesmente com os produtos ou resultados.

Na pesquisa em Educação Matemática, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 110) destacam que a abordagem qualitativa “busca investigar e interpretar o caso como um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno e contexto sociocultural”.

Pode-se dizer que, na área educacional, como afirma Tozoni-Reis (2008, p. 35), “a pesquisa qualitativa tem produzido muitos resultados e encontra-se hoje num patamar de maturidade tal que podemos dizer que alcançou um estágio avançado” em relação à produção do conhecimento, de forma a estabelecer um significativo avanço aos “processos educacionais na sociedade brasileira”.

Considerando a origem dos dados e das várias modalidades de pesquisas qualitativas, definimos a documental envolvendo os Projetos Pedagógicos de Cursos – PPCs das Licenciaturas em Matemática do Brasil, para evidenciar a presença da Modelagem Matemática nos documentos oficiais das Licenciaturas em Matemática no Brasil, como a mais apropriada, pois, segundo Appolinário (2009, p. 85), “sempre que uma pesquisa se utiliza apenas de fontes documentais (livros, revistas, documentos legais, arquivos em mídia eletrônica), diz-se que a pesquisa possui estratégia documental”.

De acordo com Tozoni-Reis (2008),

A pesquisa documental tem como principal característica o fato de que a fonte dos dados, o campo onde se procederá a coleta dos dados, é um documento (histórico, institucional, associativo, oficial, etc.). Isso significa dizer que a busca de informações (dados) sobre os fenômenos investigados é realizada nos documentos, que exigem, para a produção de conhecimentos, uma análise. Por documentos podemos entender, por exemplo, normas jurídicas, ou documentos oficiais ou políticas públicas. (TOZONI-REIS, 2008, p. 30)

Para a referida autora (2008, p. 30), a pesquisa documental em Educação é, “portanto, uma análise que o pesquisador faz de documentos que tenham certo significado para a organização da educação ou do ensino”.

A seguir, apresentamos os procedimentos adotados para a constituição do *corpus* da presente pesquisa.

3.2 Processo de Constituição de Dados

Como procedimentos de coleta de dados para constituir o *corpus* da pesquisa, fizemos um mapeamento com Projetos Pedagógicos de Cursos (PPCs) de Licenciatura em Matemática

em atividade no Brasil. Os documentos analisados correspondem a 235 PPCs, aos quais tivemos acesso de duas maneiras. Por meio do artigo intitulado “Disciplina de Estatística na Matriz Curricular dos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil”, dos autores Rodrigues e Silva, onde os referidos autores realizaram em sua pesquisa a análise de PPCs dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil,

Esta pesquisa está vinculada a dois projetos de pesquisa institucionalizados. O primeiro intitulado: Investigação Curricular das Disciplinas presentes nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, desenvolvido pelo segundo autor no Instituto Federal de Educação (IFG – Campus Goiânia), com o objetivo de: compreender como estão estruturadas as disciplinas de Conteúdo Específico, Educação e Educação Matemática dos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. O segundo intitulado: Conhecimentos Necessários à Docência e a Formação Inicial de Professores de Matemática no Estado de Mato Grosso, desenvolvido pelo primeiro autor na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT – Campus de Barra do Bugres), com o objetivo de investigar a maneira como os Conhecimentos Necessários à Docência estão presentes nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado de Mato Grosso.

O corpus da presente pesquisa são os planos de ensino e os projetos pedagógicos de curso de Licenciatura em Matemática no Brasil. Tivemos acesso aos PPCs por meio de uma consulta aos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil na página institucional do Ministério da Educação (<http://portal.mec.gov.br/index.php>) e realizamos uma busca avançada no e-MEC, que pode ser acessado através do endereço eletrônico <http://emec.mec.gov.br/>. Além disso, obtivemos diversos PPCs dos dois projetos coordenados pelos autores do presente artigo. Com base nesse procedimento de coleta de dados, obtivemos 190 PPCs de cursos de licenciatura em Matemática de todos os estados do Brasil. (RODRIGUES; SILVA, 2019, p. 6)

Tendo por base este artigo dos autores supracitados e em contato com os mesmos, obtivemos 190 PPCs. Outro meio foi por uma consulta aos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil na página institucional do Ministério da Educação (<http://portal.mec.gov.br/index.php>), e realizamos uma busca avançada no e-MEC, que pode ser acessado através do endereço eletrônico <http://emec.mec.gov.br/>.

Abaixo descrevemos como foi realizada esta consulta:

- Na opção de “buscar por”, marcamos “Curso de Graduação”;
- Em “curso”, escrevemos “matemática”;
- Em “modalidade”, marcamos “a distância” e “presencial”;
- Na opção “grau”, marcamos “Licenciatura”;
- No item “situação”, foi marcado “em atividade”;
- Clicamos em “pesquisar”. Obtivemos uma lista com 694 cursos de Licenciatura em

Matemática com o *status* de “em atividade” no Brasil, salientando que a pesquisa foi feita no

dia 07 de abril de 2019.

Após a consulta no e-MEC, analisamos quantos PPCs em atividade havia a mais do que os 190 que já tínhamos na pesquisa realizada por Rodrigues e Silva (2019). Encontramos um total de 45 novos PPCs, sendo assim realizamos uma busca na internet, entrando nas páginas das universidades, dos institutos, e consultamos os Projetos Pedagógicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática. Após essa busca conseguimos um total de 235 projetos, sendo estes o nosso objeto de estudo.

Baseamo-nos nos procedimentos adotados por Rodrigues, Silva e Ferreira (2016, p. 306) para pesquisas envolvendo Projetos Pedagógicos de Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Para os referidos pesquisadores, “os documentos escritos [...] representam o que oficialmente os cursos de Licenciatura em Matemática estão se propondo a fazer em termos das referências bibliográficas utilizadas, concernentes ao campo conceitual da Educação Matemática”.

A análise foi feita nas ementas desses documentos, buscando evidenciar como os cursos de Licenciatura em Matemática têm tratado a Modelagem Matemática.

Apresentamos, no item a seguir, o lócus da presente pesquisa.

3.3 Lócus – Contexto da Pesquisa

A partir da delimitação da nossa problemática, definimos como lócus de investigação os Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Os documentos a serem analisados correspondem a 235 PPCs.

Algumas informações colhidas dos PPCs foram construídas em tabelas para melhor interpretação dos dados, sem citar os nomes das Instituições de Ensino Superior, das quais foram utilizados os seus Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática.

Em relação às características dos PPCs, apresentamos, a seguir, na Tabela 1, o quantitativo por Estado dos 235 cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil identificados no levantamento realizado.

Tabela 1 – Quantitativo por Estado.

Estado	f
AC	1
AL	5
AM	3
AP	3
BA	12
CE	4
DF	7
ES	4
GO	9

MA	4
MG	32
MS	6
MT	12
PA	12
PB	6
PE	7
PI	8
PR	20
RJ	8
RN	9
RO	4
RR	3
RS	13
SC	9
SE	2
SP	28
TO	4
TOTAL	235

Fonte: Dados da Pesquisa.

Podemos observar, na Tabela 1, que a maioria dos PPCs consultados se encontram no estado de MG, o que corresponde a 13,6% dos cursos, seguido de SP, com 11,9%. Sendo que a menor representatividade corresponde ao estado do Acre, com apenas uma instituição.

Na Tabela 2, apresentamos o quantitativo por categoria dos cursos consultados nos PPCs.

Tabela 2 – Categoria.

Categoria	f
Confessional/Comunitária	7
Particular	26
Pública	202
TOTAL	235

Fonte: Dados da Pesquisa.

Como consta na tabela acima, 85,9% dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil que foram consultados correspondem a universidades públicas, seguidas pelas universidades particulares, que correspondem a 11%, e 3,1% que correspondem a instituições confessionais/comunitárias.

Na Tabela 3, apresentamos a carga horária dos 235 cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil identificados no levantamento realizado.

Tabela 3 – Carga horária.

Carga Horária	f
Menos de 2800 h	10
2800 h - 2999 h	75
3000 h - 3199 h	51
3200 h - 3399 h	62
Mais de 3400 h	37
TOTAL	235

Fonte: Dados da Pesquisa.

Um fato observado na pesquisa é em relação à carga horária dos PPCs consultados: 31,9% dos cursos possuem entre 2800 h e 2999 h, e 4,2% possuem menos de 2800 h.

A Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, no art. 10, diz que todos os cursos em nível superior de Licenciatura, destinados à formação inicial de professores para a Educação Básica, terão carga horária total de, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas, que serão organizadas em três grupos. A referida carga horária dos cursos de Licenciatura deve ter a seguinte distribuição:

I - Grupo I: 800 (oitocentas) horas, para a base comum que compreende os conhecimentos científicos, educacionais e pedagógicos e fundamentam a educação e suas articulações com os sistemas, as escolas e as práticas educacionais.

II - Grupo II: 1.600 (mil e seiscentas) horas, para a aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas, componentes, unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC, e para o domínio pedagógico desses conteúdos.

III - Grupo III: 800 (oitocentas) horas, prática pedagógica, assim distribuídas:
a) 400 (quatrocentas) horas para o estágio supervisionado, em situação real de trabalho em escola, segundo o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) da instituição formadora; e

b) 400 (quatrocentas) horas para a prática dos componentes curriculares dos Grupos I e II, distribuídas ao longo do curso, desde o seu início, segundo o PPC da instituição formadora. (BRASIL, 2019)

Conforme consta na Resolução citada acima, encontramos 42,1% dos cursos, ou seja, menos da metade dos cursos analisados, que se encontram em conformidade com o Conselho Nacional de Educação.

Na Tabela 4, mostramos o quantitativo por modalidade dos 235 cursos pesquisados de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Tabela 4 – Modalidade.

Modalidade	f
À distância	28
Presencial	200
Semipresencial	7
TOTAL	235

Fonte: Dados da Pesquisa.

Conforme mostra a Tabela 4, a maioria dos cursos em questão são presenciais, ou seja, 85,1% dos cursos consultados, 11,9% dos PPCs que consultamos possuem o curso de Licenciatura em Matemática à distância e 2,9% dos cursos são semipresenciais.

3.4 Procedimentos de Análise de Dados

Como procedimentos de análise de dados, utilizaremos a Análise de Conteúdo na perspectiva elucidada por Bardin (1977). A referida autora define a Análise de Conteúdo como sendo:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos objetivos e sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42)

De acordo com a autora supracitada (1977, p. 90), o *corpus* da pesquisa se constitui como sendo “o conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos”. Sendo assim, utilizaremos como procedimentos de coleta de dados para constituir o *corpus* da pesquisa a análise documental.

Portanto, utilizaremos como aponta Rodrigues (2019), “alguns conceitos da Análise de Conteúdo para a organização, tratamento e interpretação dos dados coletados de toda classe de documentos e textos, a fim de compreender profundamente o objetivo da pesquisa”.

Rodrigues (2019), referenciando Bardin (1977), explica que

Ao utilizar a Análise de Conteúdo, o pesquisador precisa ter cuidado para descrever cada uma das fases de análise, pois, por mais que se mantenham a flexibilidade e a criatividade, caracteriza-se como forma de explicitar a organização dos dados na redação da pesquisa. (RODRIGUES, 2019, p. 23)

A Análise de Conteúdo é, para Bravo (1991), a técnica mais elaborada e de maior prestígio no campo da observação documental e constitui-se como meio para estudar as comunicações entre os homens, enfatizando o conteúdo das mensagens por eles emitidas. Na concepção de Bardin (1977),

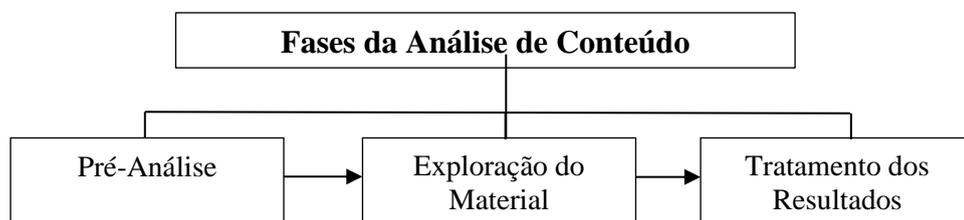
Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42)

Nesse sentido, apresentaremos todo o movimento da Análise de Conteúdo para a constituição das Categorias de Análise, e logo após realizaremos a análise interpretativa das categorias evidenciadas na codificação dos dados, por meio de um movimento dialógico – interlocução dos dados com os conceitos balizados pelos aportes teóricos da pesquisa –, para nos proporcionar compreensões do objeto investigado.

Configura-se como fase de grande relevância no método da pesquisa documental, pois nessa etapa os documentos são estudados e analisados de forma minuciosa. O pesquisador descreve e interpreta o conteúdo das mensagens, buscando dar respostas à problemática que motivou a pesquisa e, assim, corrobora a produção de conhecimento teórico relevante.

Bardin (1977) infere que a Análise de Conteúdo abarca as iniciativas de explicitação, sistematização e expressão do conteúdo de mensagens, com o intuito de realizar deduções lógicas e justificadas a respeito da origem das mensagens. A proposta de Bardin (1977) constitui-se de algumas etapas para a consecução da Análise de Conteúdo, organizadas em três fases. A seguir, na Figura 3, as três fases da Análise de Conteúdo propostas por Bardin (1977):

Figura 3 – Fases da Análise de Conteúdo.

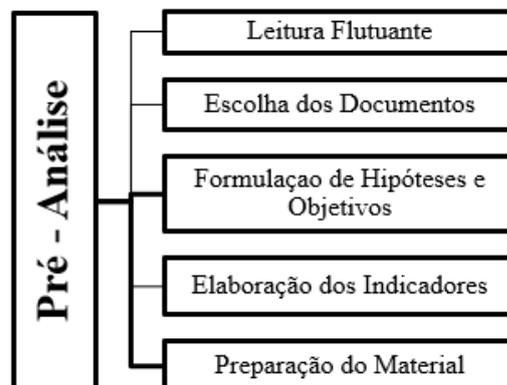


Fonte: Adaptada de Bardin (1977).

Com base na Figura 3, apresentada acima, explicitamos a compreensão dos conceitos da Análise de Conteúdo na perspectiva da Bardin (1977).

A primeira fase, denominada Pré-Análise, é a fase que compreende a organização do material a ser analisado com vistas a torná-lo operacional, sistematizando as ideias iniciais. Compreende a realização de cinco processos, como mostra na Figura 4, a seguir.

Figura 4 – Primeira Fase da Análise de Conteúdo.



Fonte: Adaptada de Bardin (1977).

A Pré-Análise é a primeira etapa da organização da análise e é por meio dela que o pesquisador começa a organizar o material para que se torne útil à pesquisa. Nesta fase, o

analista deve sistematizar as ideias iniciais em cinco etapas.

A Leitura Flutuante constitui os documentos de coleta de dados, o pesquisador toma conhecimento do texto, transcreve entrevistas tendo por objetivo identificar os aspectos que “saltam aos olhos” do pesquisador em relação ao *corpus* da pesquisa, pois, para Bardin (1977, p. 96), a Leitura Flutuante “consiste em estabelecer o contato do pesquisador com os documentos da coleta de dados, momento em que se começa a conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações”.

A Escolha dos Documentos é a seleção do que será analisado e a constituição do *corpus* da pesquisa. Nesta fase, Rodrigues (2019), referenciando Bardin (1977), atenta para a importância aos seguintes critérios na seleção dos documentos:

- Exaustividade: atentar para esgotar a totalidade da comunicação;
- Representatividade: os documentos selecionados devem conter informações que representem o universo a ser pesquisado;
- Homogeneidade: os dados devem referir-se ao mesmo tema;
- Pertinência: os documentos precisam ser condizentes aos objetivos da pesquisa;
- Exclusividade. (RODRIGUES, 2019, p. 25)

A Formulação de Hipóteses e Objetivos consiste nas afirmações provisórias, que o pesquisador se propõe a verificar. Para Rodrigues (2019, p. 25), consiste em “explicitar e precisar o domínio das dimensões e direções de análise que funcionam no processo”. O autor (p. 25) ressalta que “a formulação dos objetivos acontece após a Leitura Flutuante, pois o pesquisador terá condições de elencar alguns aspectos recorrentes no conteúdo dos textos evidenciados nos dados da pesquisa”.

Para Bardin (1977, p. 98), na Análise de Conteúdo, os objetivos são fundamentais no desenvolvimento da análise, pois “estabelecem a finalidade geral proposta para o trabalho e o quadro teórico e/ou pragmático no qual os resultados obtidos serão utilizados”.

A Elaboração de Indicadores é feita através de recortes de textos nos documentos analisados, os temas que mais se repetem podem constituir os índices. Para Bardin (1977, p. 100), os índices são “elementos do texto a serem analisados, e os indicadores são a quantidade de vezes que o tema é repetido, ou seja, a frequência com que o índice aparece no texto”.

A Preparação do Material consiste na preparação formal dos documentos a serem analisados. O analista deve, na Pré-Análise, providenciar a preparação do material, que objetiva transformar o material por padronização e por equivalência. Para levar adiante essa etapa, deve ser feita edição do material, extração de muitas cópias para possibilitar os recortes das mensagens e a numeração dos elementos do *corpus*. Para Bardin (1977, p. 101), a preparação do material envolve “a edição dos textos, passando pela aproximação semântica dos enunciados

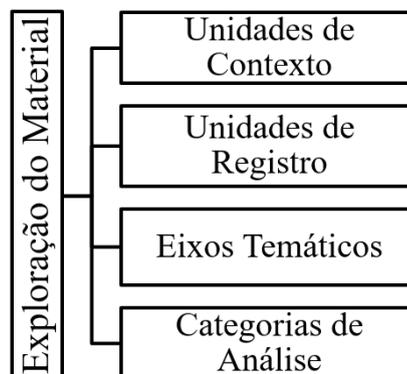
intactos, proposição por proposição, até a transformação linguística classificada por equivalência”.

A Exploração do Material é a segunda fase, diz respeito à codificação do material e à definição de Categorias de Análise (rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos, sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos), bem como à identificação das Unidades de Registro (correspondem ao segmento de conteúdo, temas, palavras ou frases) e das Unidades de Contexto nos documentos (unidades de compreensão para codificar a Unidade de Registro que corresponde ao segmento da mensagem).

Rodrigues (2019, p. 25), referenciando Bardin (1977, p. 101), nos diz que esta “fase consiste na descrição analítica, a qual diz respeito ao *corpus* (qualquer material textual coletado) submetido a um estudo aprofundado, orientado pelas hipóteses e referenciais teóricos”.

Apresentamos, a seguir, na Figura 5, os conceitos que fazem parte da segunda fase da Análise de Conteúdo – Exploração do Material.

Figura 5 – Segunda Fase da Análise de Conteúdo – Exploração do Material.



Fonte: Adaptada de Bardin (1977).

Esta etapa é de suma importância, pois irá possibilitar o incremento das interpretações e inferências. Sendo assim, a codificação, a classificação e a categorização são básicas nesta fase. Na construção das categorias, o pesquisador deve-se ater ao critério exclusividade, a fim de que um elemento não seja classificado em mais de uma categoria. Para Rodrigues (2019), as Unidades de Contexto são concebidas como

Sendo partes ou trechos significativos das respostas ou depoimentos conduzem a identificação das Unidades de Registro, pois segundo Bardin (1977, p. 107), uma “Unidade de Contexto corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da Unidade de Registro) são ótimas para que se possa compreender o significado exato da Unidade de Registro. Assim, as Unidades de Contexto determinam que parte do material

recolhido necessita ser analisada para caracterizar uma dada Unidade de Registro. (RODRIGUES, 2019, p. 26)

Sobre as Unidades de Contexto (excertos das mensagens), Rodrigues, Silva e Ferreira (2016, p. 107) declara que as mesmas são importantes, “pois nos proporcionam a possibilidade de regressar ao contexto de qualquer Unidade de Registro, em casos de dúvidas durante o recorte e reagrupamento das Unidades de Registro”.

As Unidades de Contexto são concebidas como sendo partes ou trechos significativos das respostas ou depoimentos que conduzem à identificação das Unidades de Registro, pois, segundo Bardin (1977, p. 107), uma “Unidade de Contexto corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da Unidade de Registro) são ótimas para que se possa compreender o significado exato da Unidade de Registro”.

As Unidades de Registro são constituídas das Unidades de Contexto e são concebidas por Bardin (1977, p. 104) como sendo “uma unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando à categorização”.

Rodrigues (2019), com base em Bardin (1977), nos diz sobre as Unidades de Registro:

As Unidades de Registro são constituídas das Unidades de Contexto – parte ou trechos significativos das respostas ou depoimentos dos participantes. Assim sendo, as Unidades de Registro são concebidas por Bardin (1977, p. 104), como sendo “uma unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando a categorização”. (RODRIGUES, 2019, p. 27)

O autor ressalta que as Unidades de Registro são definidas passo a passo e guiam o pesquisador, em um movimento de idas e vindas na busca de extrair os núcleos de sentido dos excertos dos dados provenientes das comunicações contidas no *corpus* da pesquisa.

Para definir as Unidades de Registro, Rodrigues (2019, p. 27) nos diz que “é preciso realizar o agrupamento e a aproximação semântica (ajustes, agrupamentos e adequações dos termos semelhantes) das Unidades de Registro, pois uma mesma ideia pode ser expressa através de palavras diferentes, bem como auxilia na preparação formal das Unidades de Registro”. O autor (2016, p. 106) afirma que, “no movimento de análise, as aproximações semânticas só foram realizadas após o agrupamento das Unidades de Registro”.

Os Eixos Temáticos, constituídos na pesquisa, precisam ser articulados entre si para a constituição das Categorias de Análise, pois segundo Rodrigues (2016),

A identificação de um conjunto de Eixos Temáticos contribuiu para realizarmos as inter-relações entre eles para a constituição e definição das Categorias de Análise, segundo os pressupostos teóricos, os objetivos e os

critérios de classificação que ocorrem ao longo do processo de Análise dos Dados da pesquisa. (RODRIGUES, 2016, p. 107)

Para Bardin (1977, p. 117), as Categorias de Análise são um “movimento de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos”. Para a referida autora (p. 153), as “Categorias de Análise são configuradas conforme os temas que emergem do texto, num processo de classificação dos elementos com características semelhantes, permitindo seu agrupamento.”

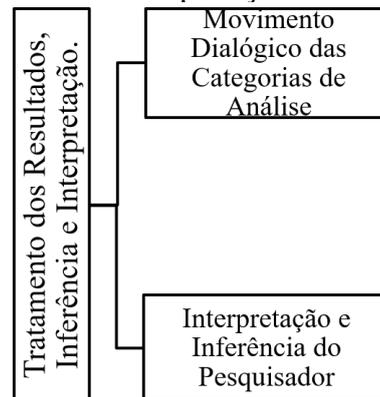
Rodrigues (2016, p. 178) diz que as Categorias de Análise podem ser constituídas *a priori* ou *a posteriori*, no entanto o autor declara que “em pesquisas de natureza qualitativa, não devemos definir categorias a priori, pois as Categorias de Análise envolvem uma expressão-chave que procura articular as confluências e divergências dos Eixos Temáticos visando a compreensão do objeto investigado”.

O autor (2019, p. 29) nos atenta para o movimento da constituição das Categorias de Análise, pois “o pesquisador deve realizar diversas idas e vindas ao corpus dos dados proporcionando assim, um maior refinamento das Categorias de Análise devido às releituras dos dados pesquisador”.

A terceira e última etapa consiste no tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Nesta etapa ocorrem a condensação e o destaque das informações para análise, culminando nas interpretações inferenciais; é o momento da intuição, da análise reflexiva e crítica (BARDIN, 2006).

Apresentamos, a seguir, na Figura 6, os conceitos que fazem parte da terceira fase da Análise de Conteúdo – Tratamento dos Resultados, Inferência e Interpretação.

Figura 6 – Terceira Fase da Análise de Conteúdo – Tratamento dos Resultados, Inferência e Interpretação.



Fonte: Adaptada de Bardin (1977).

Na terceira fase vêm o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação com base no referencial teórico. É nesta etapa que os resultados são tratados, é nela que ocorre a condensação e a ênfase das informações para análise, resultando nas interpretações inferenciais. É o momento de intuição de análise reflexiva e crítica. Algumas recomendações são importantes para realizar a análise dos dados qualitativos. Gray (2012, p. 400) indica que é preciso estar atento para que haja coerência com as hipóteses formuladas e, se for necessário, reescrevê-las, se os casos analisados forem desviantes; também é preciso levar em conta que o pesquisador não é observador neutro e, por fim, realizar a indução analítica com a transcrição dos dados, coletar/codificar/coletar na medida em que for lendo os documentos; depois revisar/corrigir notas/modificar códigos e suprimir códigos semelhantes.

Rodrigues (2019, p. 31), referenciando Triviños (1987, p. 162), ressalta que o pesquisador não deve simplesmente se deter no conteúdo manifesto dos documentos estudados, mas “aprofundar sua análise, buscando os conteúdos latentes das mensagens”.

As Categorias de Análise, enfim, “são configuradas conforme os temas que emergem do texto, num processo de classificação dos elementos com características semelhantes, permitindo seu agrupamento” (BARDIN, 1977, p. 153). As Categorias de Análise são provenientes das articulações entre as Unidades de Registro, por meio de um procedimento minucioso de interpretação das similaridades, confluências e divergências.

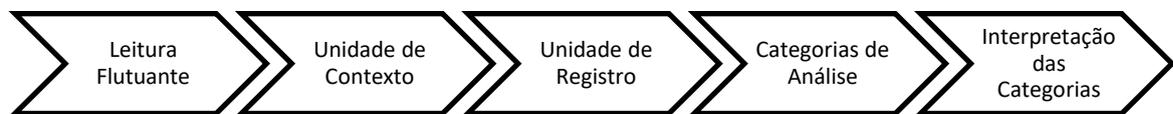
Em relação ao movimento dialógico das Categorias de Análise constituídas na pesquisa, Rodrigues (2019) diz que o pesquisador deve

Realizar a interlocução dos dados com os conceitos balizados pelos aportes teóricos da pesquisa, para proporcionar compreensões do objeto investigado. A interlocução dos dados significa que os pesquisadores devem apresentar as citações diretas dos excertos, provenientes das respostas dos participantes da pesquisa. (RODRIGUES, 2019, p. 31)

A esse respeito, o autor acima citado (2016, p. 188) afirma que o movimento dialógico envolve os excertos das respostas e depoimentos com a literatura pertinente, articulando-os às referências teóricas e ainda às percepções do pesquisador, pois “a relação entre os dados obtidos e a fundamentação teórica é que dará sentido á interpretação”.

Considerando esse referencial de análise, apresentamos, na Figura 7, o *design* metodológico da pesquisa desenvolvida segundo alguns conceitos da Análise do Conteúdo na perspectiva da Bardin (1977).

Figura 7 – Design metodológico da Análise de Conteúdo.



Fonte: Adaptada de Bardin (1977).

Explicitamos a compreensão dos conceitos da Análise de Conteúdo na perspectiva da Bardin (1977).

Sendo assim, nosso intuito é oferecer, aos Núcleos Docentes Estruturantes (NDEs) dos cursos de Licenciatura em Matemática das Instituições de Ensino Superior do Estado de Mato Grosso, algumas contribuições com elementos curriculares, bibliográficos e formativos em relação aos principais focos dos conhecimentos relacionados às abordagens metodológicas de ensino contidas na formação inicial de professores de Matemática. As referidas contribuições poderão ser utilizadas para possíveis reestruturações no planejamento das referidas disciplinas que abordam tais metodologias de ensino na formação inicial de professores de Matemática.

No capítulo seguinte, apresentamos a descrição e análise interpretativa dos dados.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS DADOS

Apresentamos neste capítulo algumas características da disciplina de Modelagem Matemática tidas como obrigatórias e específicas nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, e todo o processo de constituição das Categorias de Análise, por meio do procedimento da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977), que foram identificadas no levantamento realizado.

4.1 Descrição e Discussão dos Dados Objetivos

Apresentamos, na Tabela 5, o quantitativo que diz respeito à obrigatoriedade da disciplina de Modelagem Matemática nos 235 cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil identificados no levantamento realizado.

Tabela 5 – Obrigatoriedade da disciplina de Modelagem Matemática.

A disciplina de Modelagem Matemática é obrigatória?	f
NÃO	192
SIM	43
TOTAL	235

Fonte: Dados da Pesquisa.

A Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNCC-Formação):

No § 8º do art. 62 da LDB estabelece que os currículos dos cursos da formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC-Educação Básica). A Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, em seu art. 11, estabelece o prazo de 2 (dois) anos, contados da data de homologação da BNCC-Educação Básica, para que seja implementada a referida adequação curricular da formação docente. (BRASIL, 2019)

Sendo assim, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) faz referência à importância da Modelagem Matemática, assim como outras metodologias, como uma alternativa para auxiliar ao desenvolvimento do estudante:

Podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2017, p. 264)

Apesar de constar a importância da disciplina de Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática, verificamos que apenas 18,2% dos PPCs consultados possuem em sua matriz curricular a referida disciplina sendo obrigatória e específica nos PPCs.

Diversos autores defendem a ideia de que é preciso que a Modelagem seja incorporada, na prática, nos cursos de Licenciatura em Matemática. É importante ler e discutir sobre Modelagem, mas não é suficiente. Para Barbosa (2001), é preciso “fazer” Modelagem nas diferentes disciplinas presentes no currículo.

Sobre a formação inicial de professores de Matemática, Malheiros (2014) diz que

A formação inicial de professores de Matemática tem sido investigada a partir de diferentes enfoques, dentre as quais a Modelagem Matemática. No contexto da Educação Matemática, pesquisas evidenciam que é preciso que a Modelagem Matemática seja incorporada, na prática, nos cursos de Licenciatura em Matemática. (MALHEIROS, 2014, p. 01)

Salientando, ainda, que a quebra de previsibilidade diante das ações, ao se fazer Modelagem, deve ser proposta como um desafio aos futuros professores.

A referida autora (p. 04) reforça que “a familiarização dos professores com a Modelagem por meio do ‘fazer Modelagem’ enquanto alunos é importante e, sendo assim, eles devem também desenvolver atividades de Modelagem e não apenas realizar leituras sobre o tema”.

No que se refere às contribuições para a formação dos futuros professores, Oliveira (2016) enfatiza a importância da disciplina de Modelagem Matemática, afirmando que “elas contemplam desde um momento de garantir a formação do sujeito como cidadão inserido numa sociedade, até uma formação enquanto futuro profissional”.

Para o referido autor, outra contribuição, decorrente da disciplina,

É a apreensão dos encaminhamentos da Modelagem, por parte dos alunos, a fim de que possam participar elaborando, desenvolvendo e aprendendo o processo de condução, com possibilidades de resgatar conceitos já estudados. Além disso, é um momento para que os futuros professores possam compreender a aplicabilidade dos conteúdos, seja no cotidiano, seja no decorrer do curso (estágios, práticas, PIBID), ou instigar o aprofundamento em cursos de pós-graduação, por exemplo. (OLIVEIRA, 2016, p. 104)

Sobre isso, Junior e Soares (2015) também destacam a importância de ter a Modelagem como disciplina na formação docente, pois

Objetiva investigar e mostrar as aplicações da Matemática e dos modelos em diferentes áreas do conhecimento e níveis de ensino. Além disso, busca

condicionar ao estudante o desenvolvimento de pesquisas e investigações, visto que este é conduzido a ser responsável pela sua própria aprendizagem, ou seja, desenvolver sua autonomia. (JUNIOR; SOARES, 2015, p. 35)

Os autores afirmam a importância da referida disciplina em um curso de Licenciatura em Matemática no Brasil, enfatizando que “a Modelagem Matemática como disciplina é essencial para que se contribua com a formação qualificada dos futuros professores e para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática”.

Para os autores, a Modelagem no processo de ensino e aprendizagem na formação dos professores desperta o interesse dos envolvidos por meio de problemas que estejam próximos da realidade do aluno. Possibilita a “reflexão da prática docente diante do campo de pesquisa e investigação da Educação Matemática por meio da Modelagem, bem como estimula o espírito inovador e a valorização da Matemática” (p. 36).

Corroborando os autores citados, M. B. F. Leite (2008, p. 118) acredita que “a disciplina de Modelagem matemática num curso de licenciatura pode ser uma grande aliada no desenvolvimento das habilidades e competências, colaborando para a formação de um professor crítico, criativo e com uma ampla visão da matemática”.

Embora fique evidente que a utilização efetiva da Modelagem Matemática na prática pedagógica ocorra ainda de forma discreta e isolada (por razões diversas), a referida autora (p. 133) acredita que, “na formação do futuro professor, a disciplina proporcionará um ambiente propício para que o aluno reflita sobre o processo de ensino e aprendizagem de maneira geral, reavaliando seu papel como sujeito ativo e perceba que é possível buscar diferentes formas de ação, mais significativas e contextualizadas”.

A falta de conhecimento sobre a fundamentação da Modelagem Matemática pode ser considerada um dos principais obstáculos para o desenvolvimento de atividades de Modelagem em sala de aula. Esses motivos são apontados por Ceolim e Caldeira (2013):

Um dos motivos é o fato de poucos cursos de licenciatura de Matemática no Brasil possuírem a disciplina de Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Outro ponto é o fato de os resultados de pesquisas nesse campo não chegarem de forma significativa aos professores da Educação Básica, além do que, os cursos de formação realizados têm carga horária reduzida, não sendo suficiente para o embasamento prático e teórico. (CEOLIM; CALDEIRA, 2013, p. 08)

Uma forma de amenizar essas dificuldades sobre a aplicação da Modelagem, segundo os autores, apoiando-se em Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24), é “possibilitar ao professor uma boa formação sobre ela”; para eles “é fundamental que seja estruturada uma formação docente em Modelagem Matemática a partir da tríade ‘aprender sobre’, ‘aprender por meio’ e

‘ensinar usando’”.

Bassanezi (2002) elenca os objetivos da Modelagem Matemática como disciplina para a formação de professores, que são:

- ✓ Enfatizar aplicações matemáticas, usando as técnicas de Modelagem como procedimentos, de modo a desenvolver, no educando, capacidades e atitudes criativas na direção da resolução de problemas;
- ✓ Desenvolver o espírito crítico do educando de modo que ele possa entender e interpretar a Matemática em todas as suas facetas;
- ✓ Preparar o educando para utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas;
- ✓ Adotar um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla, ou seja, partindo da realidade, encaminhando a ação cognitiva e a proposta pedagógica dentro de um enfoque cultural. (BASSANEZI, 2002, p. 181)

Diante disto, os autores supracitados dizem que a Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem, oportuniza aos professores da Educação Básica refletir sobre a prática docente, ao reconhecerem “uma das possibilidades para estimular os alunos para as aulas de Matemática, assim como para melhorar e aprimorar as aulas desta disciplina”.

Na Tabela 6, está explicitado como a disciplina de Modelagem Matemática está contida nos PPCs, não sendo uma disciplina obrigatória.

Tabela 6 – Modelagem Matemática facultativa.

Modelagem Matemática facultativa		f
Optativa		44
A Modelagem Matemática não consta no PPC consultado		148
TOTAL		192

Fonte: Dados da Pesquisa.

Observamos que aproximadamente 23% dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil que foram consultados possuem a disciplina de Modelagem Matemática como optativa em sua matriz curricular – e infelizmente em 70% destes cursos não consta a Modelagem Matemática em seu PPC, não sendo obrigatória nem optativa.

Como já visto anteriormente, são vários os autores que defendem a disciplina de Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática. Sant’Ana [20-?], cita alguns em uma palestra de mesa redonda.

A autora supracitada afirma que a Modelagem Matemática possibilita aos estudantes a atribuição de significados à Matemática e sua aplicação na formação de professores, influenciando diretamente nas expectativas destes quanto à Modelagem Matemática como prática pedagógica em sua futura vida profissional.

A carga horária das 43 disciplinas de Modelagem Matemática obrigatórias nos 235 cursos pesquisados de Licenciatura em Matemática no Brasil está informada na Tabela 7.

Tabela 7 – Carga horária das disciplinas de Modelagem Matemática.

Carga Horária	f
Menos de 60h	12
60h	13
Mais de 60h	18
Total	43

Fonte: Dados da Pesquisa.

Identificamos nos documentos coletados, conforme consta na Tabela 7, que a carga horária destinada à disciplina de Modelagem Matemática, que destina 60 horas para tal disciplina, representa aproximadamente 30,2% dos PPCs consultados.

Averiguamos 12 cursos de Licenciatura em Matemática que destinam menos de 60 horas para a disciplina de Modelagem Matemática em sua matriz curricular, o que corresponde a 27,9% dos 43 PPCs em que encontramos a referida disciplina como obrigatória.

Com mais de 60 horas, encontramos 18 cursos de Licenciatura em Matemática, o que representa 41,8% dos PPCs em questão.

De acordo com a Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, que institui a carga horária mínima dos cursos em nível superior de Licenciatura, destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, e que será organizada em três grupos, atentamos para o art. 13, que se refere ao Grupo II, em que se compreende o aprofundamento de estudos na etapa e/ou no componente curricular ou área de conhecimento, com a carga horária de 1.600 horas, respectivamente, entre outros, o que se destaca no parágrafo V:

Resolução de problemas, engajamento em processos investigativos de aprendizagem, atividades de mediação e intervenção na realidade, realização de projetos e trabalhos coletivos, e adoção de outras estratégias que propiciem o contato prático com o mundo da educação e da escola. (BRASIL, 2019, p. 07)

Portanto, da carga horária mínima total dos cursos em nível superior de Licenciatura, destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, cerca de 50% dessa carga horária são destinados para a aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas componentes, unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC, e para o domínio pedagógico desses conteúdos.

Na Tabela 8, apresentamos uma relação das principais Referências Bibliográficas Básicas elencadas nas ementas das disciplinas de Modelagem Matemática.

Tabela 8 – Principais autores das disciplinas de Modelagem Matemática.

Principais Autores	f
BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.	19
BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Contexto, 1993.	13
ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. N. Modelagem Matemática na Educação Básica. 1. ed., reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013. 157 p.	8
BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.	5

Fonte: Dados da Pesquisa.

Sendo assim, percebemos que as Referências Bibliográficas Básicas mais recorrentes dizem respeito à Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática¹.

A seguir, apresentamos a descrição na íntegra das 43 ementas encontradas nas disciplinas obrigatórias de Modelagem Matemática encontradas nos PPCs de Licenciatura em Matemática do Brasil.

4.2 Processo de Categorização dos Dados – Movimento da Análise de Conteúdo

Neste momento, apresentamos o movimento do processo de categorização dos dados, por meio do procedimento da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977). Esses dados são referentes às ementas das 43 disciplinas de Modelagem Matemática tidas como obrigatórias encontradas nos 235 PPCs de Licenciatura em Matemática no Brasil, como consta no Quadro 2, com as referidas ementas na íntegra.

Quadro 2 – Ementas na íntegra da disciplina de Modelagem Matemática.

N.º	Ementas na íntegra da disciplina de Modelagem Matemática
1	Formulação de problemas. Ajuste de curvas. Variações discretas e contínuas. Modelagem com equações de diferenças lineares. Modelagem com equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Modelagem como metodologia na produção de projetos de ensino.
2	A filosofia científica da modelagem matemática de problemas do mundo real. A modelagem matemática na sala de aula e seus principais desafios. Modelar situações problemas acerca dos conteúdos do ensino fundamental do 6º ao 9º, assim como os conteúdos do ensino médio.
3	Análise de métodos clássicos do conteúdo matemático correspondente (E.D.O., programação linear, sistemas, etc.). Elaboração de modelos alternativos – modelagem para 1º e 2º graus.
4	Análise de modelos clássicos e de conteúdo matemático correspondente; elaboração de modelos alternativos; modelagem para o ensino fundamental e médio.
5	Análise de modelos clássicos e do conteúdo matemático correspondente (equações diferenciais, equações de diferenças, ajustes de curvas etc.). Elaboração de modelos alternativos.

Fonte: Dados da Pesquisa.

No Quadro 2, acima, está apresentada apenas uma amostra das ementas contidas nos PPCs. Salientamos que o movimento foi feito com as 43 ementas dos documentos em estudo e

¹ Ver Apêndice A: Biografia dos principais autores da disciplina de Modelagem Matemática encontrados nos PPCs do Brasil.

ressaltamos que esse movimento foi feito em todas as Tabelas e Quadros contidos nessa pesquisa, com o intuito de enxugarmos os mesmos para a pesquisa não ficar extensa.

Com base nas informações descritas no Quadro 2, damos início à primeira fase, a Pré-Análise, que pode ser identificada como uma fase de organização, ou seja, conhecer inicialmente o material e se familiarizar com ele, com procedimentos bem definidos, embora flexíveis. Segundo Bardin (1977), envolve a leitura “flutuante”, ou seja, um primeiro contato com os documentos que serão submetidos à análise, que consiste na leitura exaustiva dos dados brutos referentes às 43 ementas, com o objetivo extrair os elementos que “saltam aos olhos”.

As Unidades de Registro decorrem das Unidades de Contexto, pois, segundo Bardin (1977, p. 104), as Unidades de Registro se caracterizam como sendo uma “fração do conteúdo que se considera como unidade base, visando à categorização e a contagem frequencial”.

O que, para Urquiza e Marques (2016, p. 119), é uma ação para identificar a unidade de significação, captando os sentidos das comunicações em uma tarefa para codificar segmentos de conteúdo que se mostrem como unidade base.

No Quadro 3, a seguir, apresentamos as Unidades de Registro, extraídas de cada uma das 43 ementas que identificamos nas disciplinas de Modelagem Matemática.

Quadro 3 – Unidades de Registro e Unidades de Contexto que identificamos nas ementas das disciplinas de Modelagem Matemática.

Unidades de Contexto	Unidades de Registro
Formulação de problemas.	Formulação de problemas.
Ajuste de curvas.	Ajuste de curvas.
Variações discretas e contínuas.	Variações discretas e contínuas.
Modelagem com equações de diferenças lineares.	Equações lineares.
Modelagem com equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.	Equações diferenciais ordinárias.
Modelagem como metodologia na produção de projetos de ensino.	Modelagem como metodologia.
A filosofia científica da modelagem matemática de problemas do mundo real.	Modelagem Matemática de problemas do mundo real.
A modelagem matemática na sala de aula e seus principais desafios.	A modelagem matemática na sala de aula.
Modelar situações-problema acerca dos conteúdos do ensino fundamental do 6º ao 9º, assim como os conteúdos do ensino médio.	A modelagem matemática na sala de aula.
Análise de métodos clássicos do conteúdo matemático correspondente (E.D.O., programação linear, sistemas, etc.).	Métodos clássicos do conteúdo matemático.

Fonte: Elaborado pela Autora.

Com o intuito de responder ao problema e aos objetivos que a presente pesquisa se propôs, os dados coletados previamente foram analisados, por meio da análise categorial, que, conforme Bardin (1977), consiste no desmembramento do texto em categoriais agrupadas analogicamente. O processo de formação das categorias se concretizou como afirma Bardin

(1977), ou seja, após a seleção do material e a leitura flutuante, a exploração foi realizada através da codificação.

A Interpretação das Categorias de Análise é o momento da intuição, da análise reflexiva e crítica do pesquisador, pois realizaremos nossas interpretações de acordo com o quadro teórico e os objetivos propostos. A esse respeito, Beline et al. (2010, p. 6) consideram que o ato de interpretar dados é fundamental na Análise de Conteúdo, pois “interpretar é melhorar a compreensão dos fenômenos sob investigação, é estabelecer pontes antes inexistentes entre os textos que compõem o *corpus* da pesquisa, gerando assim um metatexto que exprime suas compreensões sobre o fenômeno investigado”.

Tendo em vista o Quadro 3, apresentado anteriormente, das 43 ementas, obtivemos 64 registros e 223 recorrências que foram organizadas em uma planilha eletrônica do Excel. Na próxima seção mostramos todo o movimento de articulação destas Unidades de Registro e Eixos Temáticos.

4.3 Articulação entre as Unidades de Registro e Eixos Temáticos

Apresentamos, então, a articulação entre as Unidades de Registro e Eixos Temáticos. Rodrigues (2019, p. 27) diz que os Eixos Temáticos são “provenientes das articulações entre as Unidades de Registro por meio de um procedimento minucioso de interpretação das similaridades, confluências e divergências”.

Através desse processo, emergiram oito (08) Eixos Temáticos em que os dados foram apresentados e discutidos: (1) Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática; (2) Modelos e Equações Diferenciais; (3) Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos; (4) Modelos Matemáticos Interdisciplinares; (5) Método da Modelagem Matemática; (6) Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula; (7) Modelagem Matemática e Resolução de Problemas; e (8) Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas.

Assim sendo, apresentamos na Tabela 9, a seguir, a articulação das 65 Unidades de Registros identificadas nas ementas que abordam a disciplina de Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, em 8 Eixos Temáticos.

Tabela 9 – Articulação entre as Unidades de Registro e Eixos Temáticos.

Unidades de Registro	f	Eixos Temáticos
Definições de Modelo e Modelagem	16	Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática
Conceituação de Modelagem Matemática	4	
Concepções Teórico-Metodológicas da Modelagem Matemática	1	
Considerações sobre Modelagem Matemática	1	

História da Modelagem Matemática	4	
Introdução à Modelagem Matemática	1	
Modelagem Matemática no contexto científico	9	
Modelagem Matemática no âmbito educacional	7	
Aplicações de equações de diferenças	1	Modelos e Equações Diferenciais
Aplicações de equações diferenciais ordinárias	1	
Diferenças entre modelos sem e com equações diferenciais	1	
Equações Diferenciais	13	
Sistemas Autônomos no Plano e Aplicações	1	
Cálculo Numérico	1	Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos
Integração numérica	1	
Interpolação numérica	1	
Propriedades Gerais das Equações	1	
Equações lineares	1	
Noções de programação linear	1	
Sistemas de Equações Lineares	1	
Representações lineares e não lineares	3	
Ajuste de curvas	6	
Funções	3	
Variações discretas e contínuas	2	
Métodos computacionais aplicados à Modelagem Matemática	2	
Erros e computador	1	
Modelos Fuzzy	1	
Movimento de Partículas	1	
Natureza aleatória	1	
Ondas de Água	1	
Ondas em uma Dimensão	1	
Equações da onda e do calor	1	
Otimização	1	
Criação do esquema dos fenômenos	2	
Modelos probabilísticos e a natureza aleatória	3	
Modelos discretos e contínuos	1	
Análise dimensional	1	
Proporcionalidade e similaridade geométrica	1	
Sistemas dinâmicos	1	
Modelos alternativos	1	
Modelos compartimentais	1	
Modelagem experimental	1	
Utilização de modelos matemáticos	4	Método da Modelagem Matemática
Modelos e Modelagem Matemática	23	
Técnicas de resolução de problemas	1	
Interpretação de resultados	3	
Características desejáveis de um modelo	10	
Fase do trabalho de Modelagem	6	
Técnicas de Modelagem	12	
O estudo de modelos clássicos e a evolução de modelos	1	
Elaboração de modelos alternativos	2	
Modelos clássicos e de conteúdo matemático	4	
Modelagem de variações discretas e contínuas	1	
A Modelagem Matemática na sala de aula	15	Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula
Metodologia da Modelagem Matemática	6	
Modelos matemáticos como estratégia de ensino e aprendizagem	7	
Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática	6	Modelagem Matemática e Resolução de Problemas
Modelagem Matemática de problemas do mundo real	2	
Modelagem Matemática e Formulação de Problemas	2	

Estratégias de Modelagem de problemas reais - Reconhecimento de situação-problema	3	Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas
Modelagem Matemática e Resolução de Problemas	4	
Modelagem Matemática e Etnomatemática	2	
Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade	4	
Modelagem Matemática e Trabalho por Projetos	2	

Fonte: Elaborada pela Autora.

Considerando a articulação das Unidades de Registro em Eixos Temáticos, apresentada na Tabela 9, acima, apresentamos na próxima seção o movimento de articulações dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise.

4.4 Articulação dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise

Neste momento, apresentamos os procedimentos realizados para articular os Eixos Temáticos em Categorias de Análise relativas aos dados da pesquisa. Assim sendo, Rodrigues (2016) diz que

O processo de articulação dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise acontece por meio da identificação das confluências e divergências dos Eixos Temáticos entre si. Este processo é subjetivo para o pesquisador pois um Eixo Temático pode estar inter-relacionado com várias Categorias de Análise. Esse processo requer do pesquisador um conhecimento profundo dos dados, para melhor articular os Eixos Temáticos em Categorias de Análise. (RODRIGUES, 2016, p. 183)

Para tanto, retornamos ao objetivo da pesquisa, que busca “investigar a maneira como a Modelagem Matemática enquanto abordagem metodológica de ensino está explicitada nos Projetos Pedagógicos de Curso de Licenciatura em Matemática no Brasil”, e à questão norteadora: “O que se revela sobre a presença da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, nos Projetos Pedagógicos de Curso de Licenciatura em Matemática no Brasil?”. Com base no objetivo, na questão norteadora e no referencial teórico, juntamente com os dados que emergiram da presente pesquisa, articulamos os oito (08) Eixos Temáticos em duas (02) Categorias de Análise, a saber: (1) Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática; e (2) Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática.

Apresentamos, no Quadro 4, a articulação dos oito Eixos Temáticos em duas Categorias de Análise.

Quadro 4 – Articulação dos Eixos Temáticos em Categorias de Análise.

Eixo Temáticos	Categorias de Análise
Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática	Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática
Modelos e Equações Diferenciais	

Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos	
Modelos Matemáticos Interdisciplinares	
Método da Modelagem Matemática	
Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula	Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática
Modelagem Matemática e Resolução de Problemas	
Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas	

Fonte: Elaborado pela Autora.

Ressaltamos ainda que realizamos, conforme aponta Rodrigues (2019, p. 29), “diversos processos de idas e vindas ao *corpus* dos dados da pesquisa para a constituição das duas Categorias de Análise, proporcionando, assim, um maior refinamento das Categorias de Análise, devido às releituras dos dados pesquisados”.

No próximo capítulo, apresentamos as análises interpretativas de cada Categoria de Análise citada anteriormente.

5 ANÁLISE INTERPRETATIVA DAS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Apresentamos, no presente capítulo, a interpretação das duas Categorias de Análise da presente pesquisa, na qual realizamos a análise dos dados por meio de um movimento dialógico fundamentado no referencial teórico, nos dados da pesquisa, e ainda nas nossas percepções. A esse respeito, Rodrigues (2016, p. 187) afirma que “a relação entre os dados obtidos e a fundamentação teórica é que dará sentido à nossa interpretação”.

Sobre o movimento dialógico das Categorias de Análise constituídas na pesquisa, o autor supracitado (2019, p. 31) diz que “o pesquisador deve realizar a interlocução dos dados com os conceitos balizados pelos aportes teóricos da pesquisa, para proporcionar compreensões do objeto investigado”.

Apresentamos na próxima seção o Movimento Dialógico da primeira Categoria de Análise – Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática.

5.1 Movimento Dialógico da Categoria de Análise 1 – Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática

Na presente Categoria de Análise, realizamos um movimento dialógico envolvendo as diversas Unidades de Registro e Eixos Temáticos. Para elucidar todo o procedimento utilizado da Análise de Conteúdo na configuração da presente Categoria de Análise, apresentamos, a seguir, o Quadro 5, detalhando o movimento.

Quadro 5 – Procedimento da Análise de Conteúdo para a configuração da Primeira Categoria de Análise.

Unidades de Registro	Eixos Temáticos	Categoria de Análise
Definições de Modelo e Modelagem	Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática	Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática
Conceituação de Modelagem Matemática		
Concepções Teórico-Metodológicas da Modelagem Matemática		
Considerações sobre Modelagem Matemática		
História da Modelagem Matemática		
Introdução à Modelagem Matemática		
Modelagem Matemática no contexto científico		
Modelagem Matemática no âmbito educacional	Modelos e Equações Diferenciais	
Aplicações de equações de diferenças		
Aplicações de equações diferenciais ordinárias		
Diferenças entre modelos sem e com equações diferenciais		
Equações Diferenciais		
Sistemas Autônomos no Plano e Aplicações	Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos	
Cálculo Numérico		
Integração numérica		
Interpolação numérica		
Propriedades Gerais das Equações		
Equações lineares		
Noções de programação linear		

Sistemas de Equações Lineares		
Representações lineares e não lineares		
Ajuste de curvas		
Funções		
Variações discretas e contínuas		
Métodos computacionais aplicados à Modelagem Matemática		
Erros e computador		
Modelos Fuzzy	Modelos Matemáticos Interdisciplinares	
Movimento de Partículas		
Natureza aleatória		
Ondas de Água		
Ondas em uma Dimensão		
Equações da onda e do calor		
Otimização		
Criação do esquema dos fenômenos		
Modelos probabilísticos e a natureza aleatória		
Modelos discretos e contínuos		
Análise dimensional		
Proporcionalidade e similaridade geométrica		
Sistemas dinâmicos		
Modelos alternativos		
Modelos Compartimentais		
Modelagem experimental		
Utilização de modelos matemáticos	Método da Modelagem Matemática	
Modelos e Modelagem Matemática		
Técnicas de resolução de problemas		
Interpretação de resultados		
Características desejáveis de um modelo		
Fase do trabalho de Modelagem		
Técnicas de Modelagem		
O estudo de modelos clássicos e a evolução de modelos		
Elaboração de modelos alternativos		
Modelos clássicos e de conteúdo matemático		
Modelagem de variações discretas e contínuas		

Fonte: Elaborado pela Autora.

Considerando as inter-relações entre os cinco Eixos Temáticos com a presente Categoria de Análise, realizamos nossa análise interpretativa, considerando os dados e a literatura pertinente para cada aspecto caracterizado pelas Unidades de Registro.

Assim, iniciamos apresentando o movimento dialógico do primeiro Eixo Temático denominado: Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática presentes na disciplina de Modelagem Matemática nos PPCs dos Cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Realizamos um movimento dialógico envolvendo as Unidades de Registro – (i) Definições de Modelo e Modelagem; (ii) Conceituação de Modelagem Matemática; (iii) Concepções Teórico- Metodológicas da Modelagem Matemática; (iv) Considerações sobre Modelagem Matemática; (v) História da Modelagem Matemática; (vi) Introdução à Modelagem Matemática; (vii) Modelagem Matemática no contexto científico; (viii) Modelagem Matemática no âmbito educacional –, que se articularam entre si.

Para De Almeida Costa (2016), a Modelagem pode ser compreendida como “um fenômeno de perceber a Matemática em situações reais das mais variadas áreas da Ciência e da atividade humana”.

Em diferentes momentos na história da humanidade foi utilizada situação de modelagem, por exemplo, a narrativa que explicita Tales de Mileto e sua observação para uma pirâmide e as sombras projetadas por ela e pelo seu corpo, o que o fez calcular a altura dessa pirâmide e a distância dela ao local onde ele estava. Tal modelação foi a base da enunciação do Teorema de Tales. (DE ALMEIDA COSTA, 2016, p. 60)

O autor (2016, p. 60) enfatiza que os conceitos matemáticos foram sendo elaborados ao longo da história, tanto pela necessidade da evolução da sociedade, quanto do desenvolvimento da própria Matemática. Grande parte das descobertas de conceitos matemáticos não teve, de pronto, uma aplicação fora dela, porém em momentos posteriores esses conceitos se fizeram presentes no desenvolvimento das diversas ciências e da tecnologia. Para o autor, a ideia de usar modelos matemáticos teve um grande impulso na Revolução Industrial, pois havia a necessidade de criar meios de otimizar a produção.

Santos (2014) diz que o autor pondera que, nesse contexto, foi necessária a criação de modelos teóricos para a implementação de máquinas que substituiriam operários, centros de produção, armazenamento, logística, entre outros.

O termo “Modelagem Matemática” como forma para escrever, formular, modelar e resolver problemas de diversas áreas do conhecimento aparece no início do século XX na literatura sobre Engenharia e Ciências Econômicas.

Para Sodré (2007), o ato de modelar é conhecido como Modelagem e

Pode ser aplicado a um grande número de problemas. Por exemplo, o estudo da análise ambiental nas proximidades de um rio, a forma da asa de um avião, um sistema econômico, uma cultura agrícola, um estudo populacional, um estudo físico, e até mesmo um sistema matemático como o conjunto dos números naturais. (SODRÉ, 2007, p. 03)

Várias são as definições apresentadas para Modelagem, entre elas podemos destacar a de Santos (2002):

A modelagem é o processo de estabelecer relações entre entidades importantes de um sistema. Para cada modelador existe um modelo mental básico (a visão ou imagem que o modelador tem do sistema real) a partir do qual é construído um modelo específico simplificado. Ao experimentar com esse modelo simplificado deseja-se aumentar o entendimento do modelo base e também do sistema real caracterizado por esse modelo. Um modelo deve ser construído

selecionando-se o menor subconjunto de variáveis que descrevem adequadamente o sistema real. A habilidade em modelagem depende de experiência, conhecimento, intuição, julgamento, percepção e imaginação. A construção de um modelo é baseada num modo específico de olhar para o objeto, isto é, para a “realidade”. (SANTOS, 2002, p. 2)

Silvares (2012) define a Modelagem Matemática “como sendo um conjunto de etapas que tem como objetivo final fornecer uma descrição matemática de um dado fenômeno do mundo real. Tal descrição, que geralmente é feita por meio de equações, é chamada de modelo matemático”.

Sendo assim, Sodré (2007, p. 03) diz que um modelo matemático, ou simplesmente modelo, “pode ser apresentado como uma representação de um sistema real, o que significa que um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem as modificações no mesmo”. Que são utilizados em muitos campos da atividade humana, como: “Matemática, Economia, Física, Química, Biologia, Psicologia, Comunicação, Demografia, Astronomia, Engenharia, etc.”.

Complementando, o referido autor diz que um modelo matemático é normalmente caracterizado como uma simplificação do mundo real ou alguma forma conveniente de trabalhar com este mundo, mas as características essenciais do mundo real devem estar presentes nesse modelo matemático, de modo que seu comportamento seja igual ou semelhante àquele do sistema modelado.

Com base no exposto acima, percebemos que um modelo matemático é uma forma simplificada de representar a realidade, podendo ajudar a entender o comportamento de um fenômeno e então fazer previsões com respeito ao seu comportamento no futuro, sendo utilizados praticamente em todas as áreas científicas, como, por exemplo, na Biologia, Química, Física, Economia, Engenharia, Medicina e na própria Matemática pura.

Um modelo matemático é essencial para orientar pesquisadores das mais diversas áreas, permitindo projetar diferentes cenários e analisá-los, contribuindo com elementos para a tomada de decisões sobre como equacionar problemas da realidade.

No segundo Eixo Temático, denominado Modelos e Equações Diferenciais, realizamos um movimento dialógico envolvendo as Unidades de Registro que se articularam entre si: (i) Aplicações de equações de diferenças; (ii) Aplicações de equações diferenciais ordinárias; (iii) Diferenças entre modelos sem e com equações diferenciais; (iv) Equações Diferenciais; (v) Sistemas Autônomos no Plano e Aplicações.

Em se tratando das Equações de Diferenças, para Felix (2018),

Descrevem o comportamento de fenômenos cuja variação em cada intervalo de tempo ocorra de forma discreta e cada novo evento depende de um ou mais eventos anteriores. Inúmeros problemas podem ser modelados matematicamente utilizando as equações de diferenças, sendo assim elas podem ser aplicadas a diversas áreas do conhecimento para a resolução de diversos problemas. (FELIX, 2018, p. 06)

Dessa forma, inúmeros problemas podem ser modelados matematicamente utilizando as Equações de Diferenças. Para o citado autor, as Equações de Diferenças possuem uma enorme aplicabilidade na Matemática e em muitas outras áreas do conhecimento, como na Biologia, nas Engenharias, na Economia etc., pois

Equações de diferenças geralmente descrevem o comportamento de problemas cuja variação em cada intervalo de tempo se dá de forma discreta. Não é difícil de se encontrar esse tipo de problema nas diversas áreas do conhecimento, tais como na Física, Matemática, Biologia, Economia, entre outras. Uma aplicação financeira em que os depósitos são realizados apenas uma vez por mês, um financiamento em que todos os meses se faça uma amortização do saldo devedor, ou ainda em uma população cujo crescimento seja de uma geração para outra, todos são exemplos de problemas que podem ser resolvidos utilizando os conceitos de equações de diferenças. (FELIX, 2018, p. 62)

Para Valle (2016), o primeiro problema envolvendo equações de diferença de que se tem registros foi formulado pelo matemático italiano Leonardo de Pisa (Fibonacci) em 1202, o qual foi proposto e discutido por ele em seu livro “Liber Abaci”.

A questão envolvendo equações de diferença abordada por Leonardo tratava da reprodução de coelhos: “Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês?” (VALLE, 2016, p. 13)

Historicamente, a evolução do ramo da Matemática no qual se insere o estudo das equações diferenciais aconteceu, como se refere Thomas (2013), “em paralelo com o desenvolvimento da Física, funcionando como ferramenta de cálculo das equações de movimento da mecânica newtoniana, das equações de onda da física ondulatória e do eletromagnetismo e, mais tarde, na formulação da mecânica quântica e da relatividade”. O autor complementa que, hoje em dia, o uso de equações diferenciais foi estendido para as mais diversas áreas do conhecimento:

Para citar alguns exemplos de aplicações de equações diferenciais em Ciências Naturais, temos o problema da dinâmica de populações, o de propagação de epidemias, a datação por carbono radioativo, a exploração de recursos renováveis, a competição de espécies como, por exemplo, no sistema predador

versus presa. Fora das Ciências Naturais, as equações diferenciais também encontram aplicação em economia, no sistema financeiro, no comércio, no comportamento de populações humanas, dentre outras. (THOMAS, 2013, p. 03)

O autor ainda cita algumas razões da importância das equações diferenciais, pois

É que mesmo as equações mais simples são capazes de representar sistemas úteis. Mesmo alguns sistemas naturais mais complexos comportam modelagens em termos de equações diferenciais bem conhecidas. Por outro lado, problemas cuja modelagem exige equações diferenciais mais complicadas podem, hoje em dia, ser tratados através de métodos computacionais. Assim, o estudo e o desenvolvimento da área de modelagem de sistemas através de equações diferenciais são de suma importância para a compreensão de problemas reais, apresentando aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento e, em particular, em Ciências Naturais. (THOMAS, 2013, p. 03)

O referido autor define o que para ele é uma equação diferencial:

Uma equação diferencial é uma lei, ou uma prescrição, que relaciona determinada função com suas derivadas. Em outras palavras, uma equação diferencial estabelece a taxa segundo a qual as coisas acontecem. Resolver uma equação diferencial é encontrar a função que satisfaz a equação e frequentemente, determinado conjunto de condições iniciais. A partir do conhecimento destas condições, a solução da equação diferencial fornece o valor da função em qualquer valor posterior da variável independente. Em particular na descrição de um sistema em termos de uma função da variável independente tempo, a resolução da equação diferencial correspondente permite prever o comportamento futuro do sistema. (THOMAS, 2013, p. 05)

Sobre a definição de equações diferenciais, Medeiros (2016) diz que

A palavra equações nos faz lembrar de incógnitas, variáveis e soluções enquanto que a palavra diferenciais nos remete à ideia de derivadas. E é isso que a expressão equações diferenciais quer dizer. De maneira intuitiva, uma equação pode ser pensada como uma igualdade envolvendo incógnitas. Resolver uma equação, significa encontrar as incógnitas que, quando substituídas na equação tornam a igualdade verdadeira. (MEDEIROS, 2016, p. 23)

Em relação aos modelos e equações diferenciais, Sodré (2003) diz que muitos problemas práticos podem ser modelados pela Matemática com as quatro etapas abaixo (não muito bem definidas):

1. Construção de um modelo para descrever algum fenômeno físico;
2. Estabelecimento de um procedimento matemático adequado ao modelo físico;
3. Realização de cálculos numéricos aproximados com o uso do Modelo Matemático pré-estabelecido;
4. Comparação das quantidades numéricas obtidas através do Modelo Matemático com aquelas que se esperava obter a partir da formulação do

modelo criado para resolver o problema. (SODRÉ, 2003, p. 06)

O autor diz que, após estas etapas, costuma-se “analisar os resultados e na verificação da adequação dos mesmos, aceita-se o modelo e na inadequação dos resultados, reformula-se o modelo”, geralmente “introduzindo maiores controles sobre as variáveis importantes, retirando-se os controles sobre as variáveis que não mostraram importância”.

Silva (2015) diz que muitos dos princípios, ou leis, que envolvem uma taxa segundo a qual determinados fenômenos acontecem, taxas essas que descrevem o mundo real, são proporções, ou relações, que as envolvem, podendo ser modeladas por uma equação diferencial. Para o autor,

A taxa é a medida de variação do fenômeno e, caso tal alteração aconteça de forma instantânea e contínua, pode-se modelá-la por uma Equação Diferencial. Logo, uma Equação Diferencial é importante às ciências que fazem uso deste recurso matemático para explicar seus fenômenos. Muitos fenômenos do mundo real são explicados por meio de modelos matemáticos. A área em questão, portanto, contribui com o avanço da ciência nas mais diversas áreas. (SILVA, 2015, p. 37)

As equações diferenciais também são importantes quando se busca por modelos que descrevem populações ao longo de um tempo, permitindo assim uma previsão sobre a população de qualquer espécie. Sobre isso, Piva (2016) diz que

A ideia inicial sobre os estudos a respeito de crescimento de população baseou-se de que essa variação fosse proporcional à população inicial e à variação do tempo. O primeiro modelo a ser estudado foi apresentado por Thomas Robert Malthus (1766-1834), publicado em 1798 enunciando então a Lei de Malthus. (PIVA, 2016, p. 53)

Em relação ao modelo de Malthus, o referido autor aponta que esse modelo se aplica em poucos contextos de crescimento populacional, pois “ele falha ao induzir que o crescimento da população tende ao infinito, fato que não ocorre na vida real”. O autor cita a proposição de Verhulst, em contraposição ao modelo de Malthus, pois

Levando em conta esses fatores inibidores fazendo com que a população estabilize num limitante máximo e/ou mínimo, Verhulst propôs, em 1837, que o crescimento populacional atinja um limite máximo dado por $P_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t)$, limitando assim o crescimento populacional, contradizendo a ideia do crescimento infinito induzido pela Lei de Malthus. (PIVA, 2016, p. 54)

A utilização de modelos matemáticos em dinâmica populacional é de fundamental importância, conforme elencado por Novaki e Bernardes (2016 p. 65), sendo necessário para que se possam “fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender o crescimento populacional

e ao estudar diferentes modelos” é possível perceber que alguns têm “proximidade maior com a realidade” e “facilitam a obtenção de resultados quando se pretende fazer estimativas”.

Devido à existência de doenças infecciosas que atacam simultaneamente grande número de indivíduos em um curto período, como, por exemplo, a peste negra, sarampo, varíola, gripe, coronavírus, entre outras, com o objetivo de caracterizar cada tipo de epidemia, determinar os fatores causadores e buscar formas de controle das mesmas, estudos começaram a ser realizados. Uma ferramenta que auxilia esse estudo é a Modelagem Matemática. A autora Luiz (2012) explica que a Modelagem Matemática

Consiste em transformar situações reais em modelos matemáticos que, após analisados, fornecem resultados que podem ser interpretados e aplicados na realidade. A modelagem matemática em Epidemiologia é feita através do estudo de equações que descrevem a interação entre a população e o ambiente, resultando numa análise detalhada a respeito da doença. A importância desse estudo se dá ao fato de quanto mais se conhece a respeito da doença e o modo como ela se propaga, mais eficazes serão os métodos para impedir sua transmissão, e até mesmo o estudo de ações preventivas, como por exemplo, campanhas de vacinação. (LUIZ, 2012, p. 12)

Diante do exposto, percebemos que o conteúdo de Equações Diferenciais faz parte do currículo de cursos como Matemática, Física e Engenharias. Por ser uma extensão da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, exige também entendimento de conceitos bem estabelecidos que a envolvem e que estão relacionados a problemas da realidade, sobre os quais podem ser elaborados modelos matemáticos.

As equações diferenciais, das mais simples até as mais complexas, são capazes de modelar matematicamente situações reais.

Neste terceiro Eixo Temático, denominado Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos, apresentamos as Unidades de Registro: (i) Cálculo Numérico; (ii) Integração numérica; (iii) Interpolação numérica; (iv) Propriedades Gerais das Equações; (v) Equações lineares; (vi) Noções de programação linear; (vii) Sistemas de Equações Lineares; (viii) Representações lineares e não lineares; (ix) Ajuste de curvas; (x) Funções; (xi) Variações discretas e contínuas; (xii) Métodos computacionais aplicados à Modelagem Matemática; (xiii) Erros e computador.

Como disciplina, o Cálculo Numérico pode estar inserido nos cursos de graduação de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, nas Engenharias e nos cursos de Economia, isso porque, de acordo com Gama, Gomes e Pires (2018, p. 237), “as ferramentas do cálculo numérico buscam a solução de problemas que o cálculo analítico, muitas vezes, não consegue solucionar ou que são de difícil resolução”.

Ainda segundo Gama, Gomes e Pires (2018, p. 237), “entre os objetivos do estudo do Cálculo Numérico, podemos destacar o estudo dos métodos numéricos para resolução de problemas em geral tais como de engenharia, economia, ambientais, biológicos entre outros”, ou seja, por meio do cálculo numérico encontram-se soluções aproximadas de problemas complexos.

Sperandio (2003, p. 2) diz que “o Cálculo Numérico tem sua importância centrada no fato de que, mesmo quando a solução analítica é difícil de ser obtida, as técnicas numéricas podem ser empregadas sem maiores dificuldades”. Enquanto ciência, surge a partir do século XVIII, não se desvinculando do cálculo analítico.

Amaral, Leite e da Silva. (2013, p. 1) afirmam que “até essa época problemas eram resolvidos sem que se pensasse na possibilidade de soluções numéricas de forma isolada. Foi com Newton (1642 - 1727), Lagrange (1736 - 1813), Gauss (1777 - 1855), Raphson (1648 - 1715) entre outros, que o cálculo numérico ganha destaque”.

Como disciplina, ele surge no Brasil a partir de escolas de engenharia em São Paulo e Rio de Janeiro. Para Gama, Gomes e Pires (2018),

O Cálculo Numérico aparece como disciplina nos cursos de engenharia e, em meados da década de 50, os professores da disciplina eram, em sua grande maioria, engenheiros. Nas décadas posteriores, com o advento dos computadores e a divisão da matemática em pura e aplicada, criaram-se departamentos de matemática aplicada e, com eles, as disciplinas de cálculo numérico para os cursos de matemática. (GAMA; GOMES; PIRES, 2018, p. 237)

Rodrigues (2007, p. 09) define o Cálculo Numérico como sendo “um conjunto de ferramentas ou métodos usados para se obter a solução de problemas matemáticos de forma aproximada. Esses métodos se aplicam principalmente a problemas que não apresentam uma solução exata, portanto precisam ser resolvidos numericamente”.

O objetivo do Cálculo Numérico, para Arenales e Salvador, (2017) é

O estudo de métodos numéricos para a resolução de problemas em geral. Os métodos numéricos serão desenvolvidos visando eficiência e estabilidade durante a aplicação em problemas gerais. Consideramos de fundamental importância o Cálculo Numérico no que se refere à aplicação das disciplinas básicas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Introdução à Computação, entre outras, e a utilização dos conceitos e resultados adquiridos nessas disciplinas, bem como a aplicação na resolução numérica de problemas. (ARENALES; SALVADOR, 2017, p. 09)

Para Castilho (2001), o Cálculo Numérico tem por objetivo “estudar esquemas numéricos (algoritmos numéricos) para resolução de problemas que podem ser representados por um modelo matemático”.

Mesquita (2015) realizou uma pesquisa qualitativa, do tipo estudo de caso, envolvendo a Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico. O objetivo foi analisar as implicações do desenvolvimento de atividades, utilizando Modelagem Matemática, nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico a um grupo de acadêmicos da Engenharia de Produção e a outro de Engenharia Química:

Os alunos da turma de Engenharia da Produção produziram dez modelos matemáticos, os quais envolveram o tema da produção de lixo e o açaí no Amapá. Estes acadêmicos utilizaram interpolação linear, ajustes de curva, sistemas lineares para poderem obter o modelo matemático desejado. A turma de Engenharia Química produziu cinco modelos matemáticos que envolveram os temas da concentração de solução química e balanceamento das equações químicas. Os conteúdos problematizados nesta turma foram ajuste de curva, sistemas lineares, interpolação linear, zero da função e integral. (MESQUITA, 2015, p. 13)

De acordo com o autor (p. 112), em relação aos conteúdos de Cálculo Numérico, “os mesmos passaram a ser melhor compreendido pelos alunos, pois além de identificarem os conteúdos com os modelos desenvolvidos”, os mesmos estudavam tais assuntos “para relacionarem durante o processo de Modelagem Matemática”.

Sendo assim, podemos observar a importância de perceber a aplicabilidade dos modelos matemáticos no cálculo numérico. Sendo significativo o entendimento com a Matemática, ao mostrar seu lado prático e sua utilidade no dia a dia.

No quarto Eixo Temático, denominado Modelos Matemáticos Interdisciplinares, realizamos um movimento dialógico envolvendo as Unidades de Registro que se articularam entre si: (i) Modelos Fuzzy; (ii) Movimento de Partículas; (iii) Natureza aleatória; (iv) Ondas de Água; (v) Ondas em uma Dimensão; (vi) Equações da onda e do calor; (vii) Otimização; (viii) Criação do esquema dos fenômenos; (ix) Modelos probabilísticos e a natureza aleatória; (x) Modelos discretos e contínuos; (xi) Análise dimensional; (xii) Proporcionalidade e similaridade geométrica; (xiii) Sistemas dinâmicos; (xiv) Modelos alternativos; (xv) Modelos compartimentais; (xvi) Modelagem experimental.

Os novos modelos de ensino buscam relacionar os conteúdos de forma a ampliar o horizonte dos educandos, mostrando aplicações da Matemática em variadas disciplinas e setores: Geografia, Biologia, Química, Física, Economia, Administração, Contabilidade, entre outras.

Ressaltamos a importância da Matemática para o mundo, pois assim o jovem pode sentir prazer em aprofundar seus estudos, buscando uma melhor relação com as teorias e aplicações matemáticas.

Para Barbosa (2009), a relação entre ciências e modelos matemáticos não é recente, “mas remonta-se à fundação da ciência moderna”.

O referido autor afirma que os modelos podem ter diferentes características nas diferentes disciplinas, sendo

A Física e a Química, pois segundo Greca e Santos (2005), “o modelo físico é, em geral, a descrição resultante quando os enunciados da teoria se referem a um sistema ou fenômeno simplificado e idealizado” (p. 5). Na Química, devido à complexidade dos fenômenos, os cientistas tendem a usar diversas representações pictóricas e matemáticas para enfatizar diferentes propriedades das partículas. (BARBOSA, 2009, p. 02)

O citado autor diz que diversos autores têm reforçado o argumento de que a educação científica também deve abordar os modelos como parte das práticas pedagógicas (BARBOSA, 2006; BASSANEZI, 2002; D’AMBROSIO, 1995), uma vez que a prática dos cientistas é permeada por modelos. Com o propósito de teorizar o uso de modelos e Modelagem na educação científica, Barbosa (2009) cita alguns autores que classificaram os diversos tipos de modelos na educação científica:

Gilbert, Boulter e Elmer (2000), por exemplo, classificaram os modelos em termos de sua representação: concreto, o qual envolve materiais manipuláveis; verbal, que consiste de descrição de um sistema; visual, que envolve gráficos, diagramas, animações etc., gestual, o que envolve uso do corpo ou partes do corpo; e finalmente, a simbólica, que consiste de representações pictóricas, fórmulas, expressões matemática. (BARBOSA, 2009, p. 02)

Embora haja diversos tipos de modelos elencados pelo autor acima, seu interesse é em um tipo de modelo simbólico, os chamados modelos matemáticos, ou seja, aqueles que empregam “símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos”.

Os modelos matemáticos são partes essenciais das teorias e/ou modelos científicos em diversas ciências, como, por exemplo, Física, Biologia, Geologia e Química. Para o autor,

A Química faz vasto uso de fórmulas estruturais, equações e figuras para expressar o entendimento dos cientistas sobre fenômenos identificados nesta Área. Assim, os modelos acabam participando da rede de relações entre conceitos e leis em uma teoria. No caso da Biologia, o estudo de populações, em particular a dinâmica presa-predador, tem os modelos matemáticos como parte substancial de sua teorização. (BARBOSA, 2009, p. 03)

O último século assistiu ao surgimento de campos interdisciplinares devotados especificamente a utilizar Matemática para descrever certos fenômenos, como também a Biomatemática e Econometria.

A utilização de modelos faz parte do cotidiano das pessoas, que os utilizam para explicar ou descrever situações do mundo que o cerca, conforme se pode verificar em Ferreira (2006, p. 07): “quando pessoas raciocinam sobre o mundo físico, elas frequentemente usam modelos, particularmente em situações em que a resposta não pode ser buscada de informações previamente acumuladas ou não podem ser deduzidas de informação verbal”.

Como vimos, o ato de modelar, conhecido como Modelagem, pode ser aplicado a muitos problemas. Como exemplifica Maioli (2015, p. 54), “o estudo da análise ambiental nas proximidades de um rio, a forma da asa de um avião, um sistema econômico, uma cultura agrícola, um estudo populacional, um estudo físico, e até mesmo um sistema matemático como o conjunto dos números naturais”.

Conforme apontam Wolff e Serrano (2011, p. 01), a Modelagem Matemática pode ser considerada “uma abordagem de um problema não matemático por meio da matemática onde as características pertinentes de um objeto são extraídas com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras e representações em termos matemáticos são determinadas”.

Como visto, o estudo de modelos matemáticos envolve as áreas do conhecimento, desde as exatas, como a matemática pura e aplicada, estatística, probabilidade, nas áreas de ciências naturais e tecnológicas (física, química, geologia, biologia, engenharias, ciências da saúde etc.); bem como para as ciências humanas e sociais (economia, sociologia, linguística, etc.) – propiciando assim uma combinação entre teoria e prática.

Neste quinto Eixo Temático, denominado Método da Modelagem Matemática, apresentamos as Unidades de Registro: (i) Utilização de modelos matemáticos; (ii) Modelos e Modelagem Matemática; (iii) Técnicas de resolução de problemas; (iv) Interpretação de resultados; (v) Características desejáveis de um modelo; (vi) Fase do trabalho de Modelagem; (vii) Técnicas de Modelagem; (viii) O estudo de modelos clássicos e a evolução de modelos; (ix) Elaboração de modelos alternativos; (x) Modelos clássicos e de conteúdo matemático; (xi) Modelagem de variações discretas e contínuas.

Rehfeldt (2009), baseada em alguns autores, cita três áreas nas quais a Modelagem pode contribuir de alguma forma:

- a) Como método científico (pesquisa): Bassanezi (2002) relata a importância da modelagem matemática quando utilizada como instrumento de pesquisa,

pois: (1) pode estimular novas ideias e técnicas experimentais; (2) pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos; (3) pode ser um método para fazer interpolações, extrapolações e previsões; (4) pode sugerir prioridades relativas a aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão; (5) pode preencher lacunas, como, por exemplo, a falta de dados experimentais; (6) pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade; (7) pode servir de linguagem universal para a compreensão e o entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento.

b) Na engenharia: Bazzo e Pereira (2000) mencionam que o uso de modelos na engenharia é importante porque: (1) é muito dispendioso e nada prático construir todas as alternativas possíveis para o SFR (sistema físico real), ou seja, o objeto real, até encontrar uma solução satisfatória; (2) o processo direto de construção pode ser destrutivo e perigoso; (3) um modelo pode ser facilmente aprimorado, visto que há menos variáveis para controlar durante os testes; (4) é possível fazer um exame da situação de muitas variáveis, determinando seus efeitos sobre o SFR; (5) com o avanço computacional, as variáveis podem ser facilmente analisadas, pois vários testes podem ser realizados até a exaustão num curto espaço de tempo; (6) a abstração leva a um problema familiar, ou seja, algo mais conhecido e presente na vida do técnico.

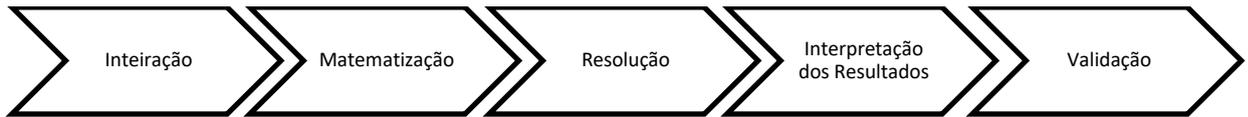
c) Nos negócios: Outro setor que evolui a partir da aplicação das ideias da programação matemática é o ramo empresarial. Segundo Goldbarg (2000), as empresas estão fortemente direcionadas ao apoio da tomada de decisão no gerenciamento de sistemas de grande porte, principalmente no que diz respeito ao tratamento de variáveis quantificáveis. A técnica permite a modelagem de inter-relações entre variáveis que dificilmente seriam vistos de forma intuitiva. Com a utilização dos programas de programação matemática, inúmeras configurações podem ser examinadas e o tomador de decisão pode escolher a melhor segundo critérios previamente definidos. (REHFELDT, 2009, p. 103)

Sodré (2007) também elenca algumas situações em que a Modelagem Matemática pode ser aplicada:

O ato de modelar, conhecido como modelagem, pode ser aplicado a um grande número de problemas. Por exemplo, o estudo da análise ambiental nas proximidades de um rio, a forma da asa de um avião, um sistema econômico, uma cultura agrícola, um estudo populacional, um estudo físico, e até mesmo um sistema matemático como o conjunto dos números naturais. (SODRÉ, 2007, p. 03)

Ferreira e Da Silva (2019, p. 1238) dizem que, na literatura, existem pesquisadores (BORROMEO FERRI, 2006; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015) que defendem o encaminhamento de uma atividade de Modelagem Matemática de forma cíclica, configurando-se o que se convencionou chamar de fases da Modelagem Matemática.

Almeida, Silva e Vertuan (2013) caracterizam essas fases relacionadas aos procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema. São elas:



Sobre cada uma delas, apresentamos uma definição resumida citada por Ferreira e da Silva (2019):

- A inteiração representa o primeiro contato do aluno com uma situação-problema que se pretende estudar.
- A matematização é a fase de transição de linguagens, de visualização e do uso de símbolos para realizar descrições matemáticas.
- A resolução consiste na obtenção do modelo matemático que descreve a situação.
- A interpretação dos resultados e validação são fases finais que visam, além da capacidade de aplicar o modelo matemático, o desenvolvimento da capacidade de avaliar o processo de construção do modelo e os diferentes contextos de suas aplicações. (FERREIRA; DA SILVA, 2019, p. 06)

Essas fases podem apresentar constantes movimentos de idas e vindas, pois, às vezes, se torna necessário reformular ou analisar as fases anteriores.

Segundo relatos de Bassanezi (2012), o estudo de problemas semelhantes aos problemas propostos na Modelagem Matemática contribui para o aprendizado. O autor ressalta que esse é o “momento de mostrar que a Matemática pode ser compreendida em situações diferentes, mas com desenvolvimentos semelhantes”. A utilização de modelos clássicos “permite a compreensão de técnicas a serem aplicadas nas novas situações-problemas”. Para o autor, “modelar passa a ser uma busca de analogias com situações conhecidas”.

Nesta perspectiva, Renz Junior (2015) declara que

Uma maneira de se propor um problema novo é perguntar “e se?” quando se tem um modelo clássico. Este é o primeiro passo de uma modelagem. É como retocar um quadro de outro pintor e, muitas vezes, os resultados são impressionantes, parecendo um quadro completamente novo. Em se tratando de pesquisa em Matemática, este procedimento é muito frequente e tem sido um dos fatores responsáveis pelo desenvolvimento desta ciência. (RENZ JUNIOR, 2015, p. 34)

No decorrer dos tempos, o processo de modelação matemática tem sofrido constantes adaptações e se aperfeiçoando para a criação de novos modelos. O autor referido acima diz que esta evolução permitiu que determinados fenômenos e problemas, até então “inexplicáveis, fossem compreendidos e solucionados”(p. 35).

Citando como exemplo, o autor se refere a Tales de Mileto, quando calculou a altura de uma pirâmide:

Dentre grandes modelos matemáticos clássicos registrados na história da Matemática, destaca-se o trabalho apresentado pelo grande matemático Tales de Mileto (624-548 a.C.), mencionado por Hirschberger (1965). Tales, através de seu empenho na formalização de construções e através de sua criatividade, desenvolveu métodos matemáticos para propor soluções a várias situações-problemas. Dentre estes, propôs uma estratégia para calcular a altura de uma pirâmide sem ter que subir nela. (RENZ JUNIOR, 2015, p. 34)

Tales calculou a altura da pirâmide usando apenas um bastão e as medidas dos comprimentos das sombras da pirâmide e do bastão. Assim, Junior (2015, p. 34) diz que Tales “acabara de criar um modelo matemático para calcular alturas de pirâmides. Tal modelo matemático teve grande contribuição para a realização do cálculo de distâncias inacessíveis”.

Para o autor, uma expressão matemática somente se torna um modelo matemático quando as variáveis relacionadas têm significados próprios que revelam a situação modelada, pois um modelo matemático é uma representação simbólica de uma situação que envolve uma formulação matemática abstrata. Desta forma, para que um modelo matemático descreva de maneira mais adequada uma situação, talvez seja necessário que o mesmo sofra modificações.

Uma das características mais importantes da Modelagem, para o autor, embasado em Bassanezi (2013), é que um modelo matemático é considerado adequado quando for satisfatório na opinião do seu modelador, o que torna qualquer modelo matemático vulnerável e sempre passível de ser modificado.

Uma ideia clara da evolução e das adaptações ocorridas nos modelos clássicos com o passar dos tempos é o estudo do crescimento de uma população. O autor (p. 36) se refere ao modelo do economista inglês Thomas Robert Malthus, sendo a primeira proposta apresentada para se determinar um modelo matemático referente ao crescimento populacional. “Seu trabalho previa um crescimento populacional em progressão geométrica e um crescimento na disponibilidade de alimentos em progressão aritmética”. Malthus não considerou fatores externos como fome, guerras, epidemias ou qualquer outra catástrofe neste modelo, e, desta forma, o crescimento da população ocorreria sem qualquer inibição. Sobre este modelo, o autor (p. 36) também diz que suas previsões referentes ao crescimento da quantidade de alimentos disponíveis também estavam erradas, pois o mesmo não tinha previsto o grande salto da produção mundial de alimentos, que ocorreu entre os anos de 1950 e 2000, através dos avanços tecnológicos da agricultura.

Bassanezi (2013) nos relata que o modelo matemático apresentado por Malthus sofreu várias modificações que contribuíram para sua evolução:

Um dos modelos que descreve tal evolução, que tem grande importância e conhecimento, é o do sociólogo belga Pierre François Verhulst, que supôs que

toda e qualquer população é predisposta a sofrer inibições naturais no decorrer de seu crescimento, ou seja, Verhulst considerou os fatores externos que poderiam contribuir no crescimento de uma população. (RENZ JUNIOR, 2015, p. 36)

Sobre os modelos clássicos em sala de aula, Junior (2015), alicerçado em Almeida (2013), relata que a investigação das situações-problema presentes nas atividades abordadas em modelos matemáticos clássicos pode tomar uma direção que depende das experiências e dos conhecimentos de professores e alunos envolvidos com a situação, pois

A princípio, nem professor nem aluno sabem ao certo quais os conceitos ou conteúdos matemáticos que serão utilizados durante o processo da modelação matemática. Assim, diferentes caminhos para a resolução do problema são apresentados, mesmo que o conjunto de informações obtidas na fase de inteiração do problema seja o mesmo. (RENZ JUNIOR, 2015, p. 37)

Nesse sentido, uma mesma atividade desenvolvida sob um modelo matemático clássico pode configurar-se nos diferentes níveis da Educação Básica e até mesmo na Educação Superior.

Um exemplo de modelo matemático clássico que representa essa possibilidade de adaptação para os diferentes níveis de escolaridade é citado por Renz Junior (p. 37): “o modelo que utiliza decomposição de uma figura geométrica em figuras geométricas menores para determinar a área total aproximada da mesma”.

Para Bassanezi (2002), a importância do modelo matemático “consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades”, além de proporcionar “um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas” (p. 06). Complementando, o autor (p. 07) diz que “os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e classificados conforme o tipo de matemática utilizada”.

Com relação aos aspectos matemáticos de cada modelo, Bassanezi (2002) propõe as seguintes classificações:

- i. Linear ou não linear**, conforme suas equações básicas tenham estas características;
- ii. Estático**, quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou **Dinâmico** quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colméia.
- iii. Educacional**, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. O modelo presa-predador de Lotka-Volterra é um exemplo típico de tais modelos. O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente

estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; ou **Aplicativo** é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve interrelações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas de equações com numerosos parâmetros. Neste caso, um tratamento analítico pode ser impossível e os métodos utilizados para obtenção das soluções devem ser computacionais. E quanto mais complexo for o modelo, mais difícil será mostrar sua validade, isto é, que ele descreve a realidade.

iv. **Estocástico ou Determinístico**, de acordo com o uso ou não de fatores aleatórios nas equações. Os modelos determinísticos são baseados na suposição que se existem informações suficientes em um determinado instante ou num estágio de algum processo, então todo o futuro do sistema pode ser previsto precisamente. Os modelos estocásticos são aqueles que descrevem a dinâmica de um sistema em termos probabilísticos. Os modelos práticos tendem a empregar métodos estocásticos, e quase todos os processos biológicos são formulados com estes modelos quando se tem pretensões de aplicabilidade. (BASSANEZI, 2002, p. 21)

Sendo assim, vimos que a Modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador.

Diante de tudo o que foi exposto nos Eixos Temáticos da categoria de análise Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática, percebemos que os modelos matemáticos podem ser elaborados de acordo com as situações ou com a natureza dos fenômenos, analisados e classificados conforme o tipo de Matemática utilizada, em linear ou não linear, estático ou dinâmico e educacional ou aplicativo. Ou seja, modelo matemático é a interpretação de algo da realidade, usado para expressar fenômenos naturais ou sociais em uma situação-problema real.

Portanto, compreendemos que os modelos matemáticos são utilizados em muitos campos da atividade humana, como: Matemática, Física, Química, Biologia, Psicologia, Economia, Geografia, Demografia, Astronomia, Engenharia, etc.

Entendemos que um modelo matemático pode ser apresentado como uma representação de um sistema real, ou seja, um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem as modificações no mesmo, permitindo entender o próprio modelo de uma forma simples ou então descrever este modelo mais completamente, de modo que o modelo possa ser tão preciso quanto o mundo real.

Os modelos matemáticos são essenciais para simular e controlar qualquer sistema que nos cerca. Ele descreve a dinâmica de algum sistema e permite realizar uma série de estudos e pesquisas.

Apresentamos na próxima seção o Movimento Dialógico da segunda Categoria de

Análise – Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática.

5.2 Movimento Dialógico da Categoria de Análise 2 – Ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática

Na presente Categoria de Análise, realizamos um movimento dialógico envolvendo as diversas Unidades de Registro e Eixos Temáticos. Para elucidar todo o procedimento utilizado da Análise de Conteúdo na configuração da presente Categoria de Análise, apresentamos, a seguir, o Quadro 6, detalhando o movimento.

Quadro 6 – Procedimento da Análise de Conteúdo para a configuração da Segunda Categoria de Análise.

Unidades de Registro	Eixos Temáticos	Categorias de Análise
A Modelagem Matemática na sala de aula	Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula	Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática
Metodologia da Modelagem Matemática		
Modelos matemáticos como estratégia de ensino e aprendizagem		
Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática		
Modelagem Matemática de problemas do mundo real	Modelagem Matemática e Resolução de Problemas	
Modelagem Matemática e Formulação de Problemas		
Estratégias de Modelagem de problemas reais - Reconhecimento de situação-problema		
Modelagem Matemática e Resolução de Problemas		
Modelagem Matemática e Etnomatemática	Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas	
Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade		
Modelagem Matemática e Trabalho por Projetos		

Fonte: Elaborado pela Autora.

Considerando as inter-relações entre os três Eixos Temáticos com a presente Categoria de Análise, realizamos nossa análise interpretativa, considerando os dados e a literatura pertinente para cada aspecto caracterizado pelas Unidades de Registro.

Assim, iniciamos apresentando o movimento dialógico do primeiro Eixo Temático.

No primeiro Eixo Temático – Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula –, realizamos um movimento dialógico envolvendo as Unidades de Registro que se articularam entre si: (i) A Modelagem Matemática na sala de aula; (ii) Metodologia da Modelagem Matemática; (iii) Modelos matemáticos como estratégia de ensino e aprendizagem; (iv) Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática.

Neste momento, discutimos as questões relacionadas às contribuições do Ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática, amparados por Shulman, quando este se refere aos Conhecimentos Necessários à Docência, especificamente ao Conhecimento

Pedagógico do Conteúdo, em sua constituição para o futuro professor de Matemática. O conhecimento pedagógico do conteúdo, na perspectiva de Shulman (1986), é:

[...] aquele conhecimento que vai além do conhecimento da matéria em si e chega na dimensão do conhecimento da matéria para o ensino. Eu [Shulman] ainda falo de conteúdo aqui, mas de uma forma particular de conhecimento de conteúdo que engloba os aspectos do conteúdo mais próximos de seu processo de ensino. [...] dentro da categoria de conhecimento pedagógico do conteúdo eu incluo, para os tópicos mais regularmente ensinados numa determinada área do conhecimento, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos e demonstrações – numa palavra, os modos de representar e formular o tópico que o faz compreensível aos demais. Uma vez que não há simples formas poderosas de representação, o professor precisa ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam da pesquisa enquanto outras têm sua origem no saber da prática. (SHULMAN, 1986, p. 9)

Tomando como base o que foi explicitado por Shulman, concordamos que o professor precisa ter em mãos um verdadeiro “arsenal” de formas alternativas para se trabalhar em sala de aula. Diversos autores defendem a Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Matemática em sala de aula, pois a Modelagem Matemática é uma alternativa que busca relacionar o conhecimento matemático ensinado nas escolas com o conhecimento prático e cotidiano do aluno, partindo de um tema de seu interesse.

Sendo assim, Chaves e Espírito Santo (2004) enfatizam o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, pois

[...] partindo de problemas reais que conferem utilidade à matemática já aprendida, podemos ir além da resolução de exercícios repetitivos que não dizem nada para o aluno quanto à utilidade de ‘quê’ e do ‘para quê’ fazem, e, significado, porque estarão relacionados à linguagem simbólica própria da matemática com a linguagem textual de uma situação real problematizada, que prescinde da compreensão dos objetos matemáticos. (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2004, p. 27)

De acordo com Beltrão (2009), no final da década de 1960 surgiu a Modelagem Matemática no Brasil, por meio de matemáticos brasileiros que participaram de congressos internacionais da área, entre eles o professor Aristides Camargo Barreto, da PUC do Rio de Janeiro. O objetivo era fazer uso da Modelagem em sala de aula como um meio de motivar o aluno para a aprendizagem da Matemática.

Para desenvolver Modelagem Matemática em sala de aula, o professor deve romper barreiras históricas, como afirmam Calda e Ferreira (2016), pois o ensino da Matemática seguiu a linha da pesquisa e desenvolvimento de cunho formalista, que consiste somente em

definições, teoremas, axiomas, entre outros tópicos, ou seja, descontextualizada, e seus resquícios são notados até os dias de hoje, em que se observa, em muitas práticas pedagógicas, que prevalece o formalismo da Matemática ao invés de suas aplicações.

Explicitamente, as vantagens da Modelagem Matemática para o processo ensino-aprendizagem são apontadas por Biembengut e Schimitt (2007) e resumidas por Rehfeltdt (2009), podendo ser sintetizadas em quatro principais:

(1) processo cognitivo – a percepção do meio permite gerar ideias a partir da compreensão e do entendimento do mesmo, o que pode transformar-se em significado, modelo e, portanto, em conhecimento, que por sua vez, permite formar imagens e conceitos, criar objetos, dar forma, cor, sentido ao mundo em que se vive. O processo cognitivo consiste em variar as observações e as medidas, em formular hipóteses verificáveis, ou seja, em identificar os elementos essenciais da situação observada. É neste sentido que os modelos matemáticos se constituem em ferramentas que auxiliam as pessoas a processar informações e estimular novas ideias e compreensões, bem como refletir sobre fenômenos complexos.

(2) Aplicabilidade e utilidade matemática – no cotidiano, há muitas situações que requerem decisões. Desta forma, os modelos matemáticos podem contribuir. A utilização de situações cotidianas ou do meio circundante pode contribuir na formação dos estudantes em qualquer fase de escolaridade. Habilidades como identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas ao redor; visualizar e representar os mais diferentes entes, representar e resolver situações-problema são aquisições importantes para a construção do conhecimento.

(3) Metodologia de pesquisa – promover modelagem matemática significa fazer pesquisa sobre um tema de interesse, além de estimular a criatividade e criticidade.

(4) Aprendizagem – conhecimento é a capacidade da mente em significar ou modelar informações e utilizá-las em momentos oportunos. Reflete a habilidade intrínseca do sistema cognitivo de reorganizar-se para gerar novos conhecimentos frente a necessidades impostas pelo meio. Mas nem todas as informações geram aprendizagem. (REHFELDT, 2009, p. 100)

Ao resolver situações-problema, é necessário discernir e argumentar sobre resultados que podem extrapolar o problema da vida real original.

[...] promover Modelagem Matemática no ensino implica também, ensinar o estudante em qualquer nível de escolaridade a fazer pesquisa, sobre um tema de seu interesse. Assim, além de uma aprendizagem matemática mais significativa possibilita o estímulo à criatividade na formulação e na resolução de problemas e senso crítico em discernir os resultados obtidos. (REHFELDT, 2009, p. 100)

A autora supracitada cita autores como Machado Júnior (2005), Barbosa (2004a), Barbosa e Santos (2007), Barasuol (2006), baseados em Blum (1995), que apresentam cinco argumentos para a inclusão da Modelagem no currículo. São eles:

- (1) Motivação – os alunos se sentiriam mais motivados para o estudo da matemática, pois vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola.
- (2) Facilitação da aprendizagem – os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias matemáticas, já que poderiam relacioná-las a outros assuntos.
- (3) Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas – os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar matemática em diversas situações, o que é desejável para inserir-se no cotidiano e no mundo do trabalho.
- (4) Desenvolvimento de habilidades gerais de investigação – os alunos teriam a oportunidade de pesquisar e desenvolver oportunidades de investigação.
- (5) Compreensão do papel sociocultural da matemática – os alunos analisariam como a matemática pode ser usada nas práticas sociais. (REHFELDT, 2009, p. 101)

A Modelagem Matemática pode contribuir com a aprendizagem, quando esta tem relação com o interesse.

Medeiros (2016, p. 17) diz que o desconforto com a Matemática entre os estudantes aumenta por se “deparar com a matemática estudada anteriormente aliada aos problemas da sua aplicação”. Os alunos já têm dificuldade no conceito e isso “se evidencia ainda mais na interpretação dos problemas, no momento da aplicação”.

Oliveira e Iglori (2013) relatam que os alunos têm muita dificuldade no estudo das equações diferenciais:

Nossa experiência no ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia e pesquisas na área de Educação Matemática revelam dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos no estudo de Equações Diferenciais, tanto no uso de técnicas para resolução dessas equações, quanto na produção de significados e compreensão de conceitos. Essas dificuldades se evidenciam principalmente no momento em que são estudadas as aplicações em problemas contextualizados, envolvendo a Física, a Química, a Engenharia etc. Em muitas situações, os alunos dominam as técnicas de resolução, porém têm dificuldade em identificar como aplicar as Equações Diferenciais na resolução de problemas. (OLIVEIRA; IGLIORI, 2013, p. 02).

Para Medeiros (2016), quando os alunos dominam os mecanismos de resolução, mas não conseguem aplicá-los nos problemas, pode ser resultado da forma como é abordado tal conteúdo, pois para eles, às vezes, o docente prioriza suas aulas basicamente para as soluções analíticas e manipulações algébricas consequentes. O aluno então se depara com um conteúdo “solto”, sem conseguir relacioná-lo com problemas contextualizados.

Ressaltam, ainda, que o próprio enfoque que vem sendo dado ao conteúdo não propicia a compreensão do mesmo, o que pode acarretar aos alunos dificuldade em conceber o que é uma Equação Diferencial e, por conseguinte, em sua aplicação em problemas contextualizados que exijam interpretação.

Alguns trabalhos expressam a dificuldade que os estudantes têm para pensar simultaneamente de modo algébrico e gráfico. (MEDEIROS, 2016, p. 18)

Para tentar minimizar o problema, Oliveira e Iglioni (2013, p. 21) afirmam que em muitos trabalhos foi sugerido um ensino contextualizado a partir de situações-problema, favorecendo uma abordagem analítica, gráfica e numérica a partir da Modelagem Matemática e da utilização de *softwares*.

Seguindo essa percepção, Alves (2008) aponta a necessidade de uma mudança na abordagem dessa disciplina, que é voltada ao algoritmo de resolução.

Na prática, o professor tecnicista trabalha a disciplina privilegiando o estudo dos algoritmos e técnicas de resolução de equações diferenciais, o que ocorreu também na minha prática educativa. Entretanto, o estudo das Equações Diferenciais compreende duas etapas. Uma que consiste na sua resolução e uma outra na sua aplicação, com resolução e formulação de problemas e, iniciação à modelagem de situação-problema em ciências e em Matemática. (ALVES, 2008, p. 11)

Muitas vezes, ao lecionar a disciplina de Cálculo Numérico, nos cursos de graduação, Gama, Gomes e Pires (2018, p. 02) dizem que o professor percebe que os acadêmicos “não conseguem entender a sua aplicabilidade em situações reais e, dessa forma, muitas vezes se sentem desmotivados.” Para os autores, um fator que pode contribuir para essa situação é a metodologia empregada na disciplina, o que muitas vezes se caracteriza apenas como “tradicional” – e entende-se como método tradicional “aquele que o professor apresenta a teoria, exemplos e os alunos resolvem exercícios e realizam avaliações (provas individuais), como forma de verificação da aprendizagem” (p. 02).

A maneira tradicional de ensino de Cálculo, para Stahl (2003), torna essa disciplina temida, colaborando para os índices de reprovação. O autor diz que

As disciplinas de cálculo, tem se mostrado de maneira geral, como as mais desafiadoras por parte dos alunos, se considerarmos os altos índices de repetência e evasão escolar. Fatores decorrentes, entre outros, da aversão em “decorar” técnicas de resolução ou formulários que, no enfoque tradicional ter tornado, muitas vezes, o cálculo tão temido. (STAHL, 2003, p. 07)

Medeiros (2016) afirma que tradicionalmente, em qualquer curso de exatas, o Cálculo é responsável por grandes índices de reprovação, pois

Por abranger vários domínios do ensino médio como Álgebra, Geometria e Trigonometria por exemplo, o Cálculo acaba por se tornar uma matéria pesada e que precisa um pouco mais de atenção. Isso porque os alunos chegam às universidades com falhas na matemática básica e conseqüentemente carregam essa dificuldade no decorrer dessa disciplina. Assim, o Cálculo precisa desses

conceitos que deveriam ser dominados pelos alunos para idealizar outros em um nível maior de aprofundamento. (MEDEIROS, 2016, p. 17)

Mesquita (2015), em observação em sala de aula, como professor de Cálculo Numérico nos cursos de Engenharia de Produção e Engenharia Química, observou que seus alunos apresentavam desinteresse pela respectiva disciplina. Notou também, por meio de exercícios de fixação em aula, que os mesmos apresentavam dificuldades em plotar gráficos de dados coletados de uma determinada atividade relacionada à Engenharia, “não sabendo criar com propriedade a função que mais se aproximava do gráfico esboçado”, além de “não conseguirem refinar o intervalo em que se encontram as possíveis raízes da função que melhor representava a realidade do contexto em estudo” (p. 18). Tais entraves supracitados fizeram com que o autor buscasse investigar mecanismos que minimizassem as dificuldades de aprendizagens dos acadêmicos quanto aos conteúdos de Cálculo Numérico.

E, neste contexto, optei pela Modelagem Matemática por acreditar que é uma metodologia que pode contribuir na aprendizagem, pois o Cálculo Numérico é uma disciplina que envolve normalmente muitos dados oriundos de um problema real. E, como a modelagem tem a propriedade de criar um modelo para uma realidade vivenciada, pensei que os alunos ao observarem a aplicação em situações reais, poderiam se envolver ativamente nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico. (MESQUITA, 2015, p. 17).

Como visto, a disciplina de Cálculo Numérico tem se mostrado uma das mais desafiadoras por parte dos alunos, considerando os índices de reprovação desta disciplina.

Embora o Cálculo seja uma disciplina presente no currículo de muitos cursos superiores, Almeida, Fatori e Souza (2010) dizem que

As dificuldades com seu ensino e sua aprendizagem têm representado um problema para professores e estudantes tanto dos cursos de Matemática como para os de cursos de serviço (Denominação considerada para disciplinas de conteúdo matemático ministradas por professores do departamento de matemática em cursos para não matemáticos). (ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010, p. 03)

Para as autoras, o que se pode perceber é que o insucesso dos alunos está relacionado com a não adequação dos conteúdos que compõem os programas das disciplinas de Cálculo à realidade dos estudantes e às necessidades do sistema social, cultural e econômico, com uma “metodologia que, em geral, prioriza operações, técnicas e repetição de algoritmos, entre outros fatores” (p.03).

Outro fator que não favorece o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos é a forma como são estruturados os livros didáticos de Cálculo adotados nas universidades brasileiras.

Sobre isto, as referidas autoras dizem que, de forma geral, nas aulas de Cálculo,

Os conteúdos são apresentados aos alunos como um saber já construído, sem lugar para a intuição, experimentação ou descoberta e perante o qual não é possível a argumentação. Os conceitos são apresentados aos alunos, na maioria das vezes, já formalizados, não decorrentes das suas ações e da reflexão sobre eles, dando-se quase nenhum tempo aos alunos para sentirem a formalização como algo natural e necessário à comunicação de processos e resultados. (DE ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010, p. 03)

Deste modo, De Almeida, Fatori e Souza (2010) argumentam que, de modo geral, a partir de alguns pressupostos teóricos, um fator importante é trabalhar com problematizações e desenvolver, no âmbito da sala de aula, atividades que incitem os alunos a mobilizarem o seu conhecimento.

Aliados a estas problematizações, que devem constituir espaços para a descoberta, experimentação e argumentação, ponderamos que as aulas de Cálculo devem favorecer também a compreensão dos conceitos, a relação com a realidade, o uso de computadores e os trabalhos em equipe. (DE ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010, p. 03)

Levando em consideração estes aspectos, as autoras entendem que “uma alternativa de ensino e aprendizagem para o Cálculo que pode vir a contemplá-los durante as aulas é a Modelagem Matemática”. Enfatizam ainda:

Nosso trabalho se encaminha no sentido de perceber a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que oportuniza ao aluno a atribuição de sentido e a compreensão de conceitos matemáticos, viabiliza a interação entre a matemática escolar e a realidade, proporciona a utilização de ferramentas computacionais nas aulas de Cálculo e estimula os trabalhos em grupo, aspectos que foram apontados como relevantes para as aulas de Cálculo. (DE ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010, p. 03)

O que se pôde perceber no decorrer do desenvolvimento das atividades de Modelagem é uma “perspectiva para o ensino e a aprendizagem do Cálculo que pressupõe a necessidade de atividades, por parte dos alunos, que propiciem a interação” no que diz respeito tanto às relações sociais com colegas e professor, quanto à interação que o aluno estabelece com o objeto matemático a ser conhecido, o envolvimento e a cooperação.

Sendo assim, para De Almeida, Fatori e Souza (2010),

Pensar nas atividades das aulas de Cálculo como algo que envolve “idéias” e “tem sentido” para os alunos parece ser fator importante para a aprendizagem dos alunos e deste modo, pode contribuir para amenizar os problemas que se percebem em relação ao ensino e à aprendizagem nesta disciplina. Por outro lado, a atribuição de sentido e o desenvolvimento de idéias podem se dar a

partir da relação com a realidade, dos trabalhos em grupo e do uso de ferramentas computacionais. (DE ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010, p. 15)

Deste modo, concordamos com Stahl (2003, p. 07), que acredita que novas estratégias de ensino devem ser investigadas, desenvolvidas e adotadas, com o “objetivo de transformar a ação docente, de modo a obter um enriquecimento dos processos pedagógicos da aula e, por consequência, a melhora do rendimento acadêmico dos estudantes”.

As aplicações da Modelagem no ensino da Matemática tiveram início no século XX, quando matemáticos puros e aplicados discutiram métodos para ensinar Matemática. Seu surgimento no Brasil ocorreu tomando-se por base as ideias e os trabalhos de Paulo Freire e Ubiratan D’Ambrosio, no final da década de 1970 e começo da década de 1980, os quais valorizam aspectos sociais em sala de aula, conforme destaca Almeida Costa (2016, p. 61).

Mas, apesar das evidências de que a Matemática foi e ainda é desenvolvida a partir das necessidades humanas, no processo educativo predomina, como aponta Costa (2009, p. 03), “uma postura formal assumida por grande parte dos educadores, onde o conhecimento matemático é aceito somente dentro do terreno da Matemática, não interessando questões como ‘para que serve isso?’”. Mas essa orientação formalista vem sendo questionada.

Da Costa (2009), apoiando-se nos conhecimentos de D’Ambrosio (1999a, p. 01), diz que

A falta de integração entre as posturas formal e aplicada frente à Matemática é ressaltada por ao considerar que “o problema maior do ensino de ciências e matemática é o fato das mesmas serem apresentadas de forma Desinteressante, Obsoleta e Inútil, e isso DÓI para o jovem”. Uma discussão a ser levantada aqui é que a postura epistemológica do professor que apresenta algumas visões distorcidas da ciência pode influenciar na carência de propostas metodológicas que privilegiem o desenvolvimento da criatividade e das capacidades cognitivas. (COSTA, 2009, p. 115).

A fim de romper com essas barreiras epistemológicas, a autora supracitada diz que “a Modelagem Matemática surge para desenvolver ambientes de investigação em sala de aula que privilegiem a construção e aplicação dos conceitos, respeitando os aspectos históricos, teóricos e de relacionamento com outras ciências”.

Sobre isto, a autora considera que muitos dos estudantes do Ensino Médio no Brasil, que possuem dificuldades em compreender conteúdos que envolvam Física e Matemática, não desenvolveram atividades de Modelagem no Ensino Fundamental enquanto resolução de problemas. A Matemática, muitas vezes, surge incorporada nas ferramentas e nas práticas, mas não é visível a quem utiliza. Os alunos sabem, por exemplo, resolver equações nas aulas de

Matemática e não as sabem resolver nas aulas de Física.

Ao ressaltar que grande parte dos modelos utilizados em Física, Química e Biologia são modelos dinâmicos, a autora se apoia em Vasconcelos e colaboradores (2005), ao destacar que a Modelagem Matemática propicia a construção e manipulação destes modelos de forma clara e concisa, pois

O uso da modelagem matemática no ensino de ciências, em qualquer nível, pode ser uma forma de trazer questionamentos a alunos e professores, despertando a reflexão e o espírito crítico tão necessários para ter educação científica ao invés de treinamento para resolução de problemas padronizados. (COSTA, 2009, p. 121)

Ao abordar Modelos Matemáticos na educação científica, ao mesmo tempo, para Barbosa (2009), “as práticas pedagógicas podem fertilizar certas visões sobre a relação entre a matemática e realidade” (p. 72). Não apenas os professores de Matemática nutrem tais visões, mas também aqueles das demais disciplinas que fazem uso de modelos matemáticos. Para o autor, o uso de modelos matemáticos na educação científica requer reflexão.

Corroborando o autor, os pesquisadores Wolff e Serrano (2011, p. 01) dizem que o uso de Modelagem na educação científica é “um processo de re-contextualização, diferenciando-se dos objetivos apresentados pelos cientistas, mas em muitos casos confundindo-se na metodologia utilizada. Na Modelagem utilizada com fins educacionais é possível identificarmos um conjunto de princípios operando sua apropriação e re-focalização face aos princípios que já operam na prática pedagógica”.

Para Bassanezi (2002), a Modelagem é um processo que alia a teoria e a prática, bem como subsidia o entendimento da realidade, buscando agir e transformá-la. Sendo assim, Bassanezi comenta que a Modelagem é um método científico que prepara o indivíduo para assumir o papel de cidadão. Para o autor, a Modelagem Matemática é uma forma de abordar o ensino de matemática.

[...] sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante. Nessa nova forma de encarar a matemática, a Modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem – tem se mostrado muito eficaz. (BASSANEZI, 2002, p. 16)

Para o autor citado acima, a abordagem do ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática tem-se mostrado eficaz, pelo fato de ser interessante, independentemente de ser encarada como método científico de pesquisa ou estratégia de ensino.

Como estratégia de ensino, o autor destaca a relevância da Modelagem Matemática. Sendo assim, seguem alguns argumentos expressos pelo autor em relação a essa metodologia:

- Argumento formativo: enfatiza a performance da modelagem matemática [...] para desenvolver capacidades em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas;
- Argumento de competência crítica: focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos;
- Argumento de utilidade: [...] pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas;
- Argumento intrínseco: considera que a inclusão de modelagem [...] fornece ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas;
- Argumento de aprendizagem: garante que os processos aplicativos facilitem ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valoriza a própria matemática. (BASSANEZI, 2002, p. 36-37)

Podemos observar os cinco pontos considerados relevantes ao usar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem.

E, mesmo com estes argumentos positivos, Bassanezi deixa claro que há três tipos de dificuldades encontradas ao se aplicar a Modelagem:

- Obstáculos instrucionais: Os cursos regulares possuem um programa que deve ser desenvolvido completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado não dando tempo para cumprir o programa todo.
- Obstáculos para os estudantes: O uso de modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. [...] A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática em estudo. Também o tema escolhido para modelagem pode não ser motivador para uma parte dos alunos provocando desinteresse.
- Obstáculos para o professor: Muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem. (BASSANEZI, 2002, p. 37)

Ainda para o autor (2015), a maior dificuldade encontrada pelos professores que decidem adotar a Modelagem Matemática em seus cursos é a de transpor a barreira do “ensino comum” em favor de uma opção mais criativa.

No ensino tradicional, o objetivo de estudo se apresenta quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência predeterminada, com um objetivo

final muito claro que, muitas vezes, nada mais é que “cumprir o programa da disciplina”! Ora, ensinar a pensar matematicamente é muito mais que isso. Portanto, é imprescindível mudar métodos e buscar processos alternativos para transmissão e aquisição de conhecimentos. (BASSANEZI, 2015, p. 11)

Além disso, o referido autor menciona a possibilidade dos alunos se tornarem apáticos em relação à Modelagem, por estarem acostumados com o ensino tradicional, e por parte dos professores a falta de conhecimento e segurança, quanto às aplicações da Matemática em outras áreas que não dominam.

Sobre essas dificuldades elencadas por Bassanezi, Schmidt (2011) diz que as mesmas podem ser minimizadas ao se levar em consideração dois fatores importantes:

O primeiro é apresentado por Barbosa (2001, p.2) e diz respeito ao fato da Modelagem Matemática na Educação Matemática possuir propósitos, dinâmica de trabalho e natureza de discussões matemáticas diferentes daquelas presentes na modelagem profissional; a primeira preocupa-se com os aspectos cognitivos desenvolvidos durante o processo de modelagem, e não visa exclusivamente a obtenção de um modelo que se adapte às variações de um dado problema, já a segunda visa a resolução de um problema através da solução de equações ou sistemas de equações e a interpretação do mesmo se dá através do modelo proposto. O segundo fator, e igualmente importante, apreça na obra de Bassanezi (2002, p.38): “a modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”. (SCHMIDT, 2011, p. 12)

Além disso, o referido autor (p. 12) diz que as atividades de Modelagem devem ser consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Portanto, “Matemática e Modelagem não se apresentam como fins e sim como meios para o questionamento da realidade e, desta forma, elas devem ser capazes de gerar nos alunos, bem como professores, algum nível de crítica (social, cultural, entre outras)”.

Assim, “a Modelagem pode ser vista como uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática”, sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Logo, os “conceitos e ideias matemáticas que serão exploradas nas atividades de Modelagem devem tomar uma direção a partir do momento que os alunos desenvolvem as tarefas” (p. 21).

O uso da Modelagem Matemática, para Mesquita (2015), acaba criando um envolvimento de aprendizagem com o estudante em que o mesmo é induzido a interrogações e investigações usando a Matemática.

Nesse sentido, pode-se gerar a integração dos conhecimentos matemáticos. Segundo Barbosa (2001), a Modelagem Matemática pode ser associada ao currículo em três disposições, denominadas pelo autor de níveis, de acordo com a divisão de tarefas estabelecidas:

O nível 1 é caracterizado pela problematização de situações reais nas quais o problema e os dados (reais) são propostos pelo professor e investigados pelos alunos. No nível 2, o professor apresenta um tema ou problema, mas a coleta de dados e a investigação são realizadas pelos alunos. Já no nível 3, a partir de um tema gerador, os alunos coletam informações, formulam e solucionam problemas. (BARBOSA, 2001, p. 9)

Trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula, enquanto estratégia metodológica, além de motivar os estudantes, pode proporcionar-lhes um aprendizado mais contextualizado com seu cotidiano. Acredito que a Modelagem Matemática pode

[...] favorecer o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude investigativa, na medida em que busca coletar, selecionar e organizar os dados obtidos. O desenvolvimento dessa atitude passa a se constituir em valor formativo que acompanhará o estudante, não somente no período de sua trajetória escolar, mas ao longo de toda sua vida. (BURAK; KLÜBER, 2013, p. 38)

Para Biembengut (2005), a Modelagem como metodologia na Educação Matemática pode ser compreendida como:

Um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu sendo crítico. (BIEMBENGUT, 2005, p. 18)

Neste contexto, a Modelagem Matemática pode contribuir para o que Bassanezi (2002) chama de um “novo modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades”.

Da Costa (2009) apresenta, baseada em alguns autores, algumas potencialidades que permitem aos alunos desenvolver uma aprendizagem significativa.

Como método científico, a Modelagem apresenta algumas características de investigação que também se fazem presentes quando aplicada no ensino.

Dentre os argumentos favoráveis a sua utilização no ensino, Barbosa (2004a, 2004b), Bassanezi (2004) e Monteiro e Junior (2001) destacam:

- A motivação, uma vez que os estudantes são convidados a participar de um ambiente de investigação por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Conforme (Barbosa, 2001: 06-07). “A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações.” Envolve quatro momentos: exploração e

formulação de questões, organização de dados e formulação de conjecturas, realização de testes e reformulação das conjecturas, justificção e avaliação. (Ponte et al., 2005). É neste sentido que este ambiente se aproxima daquele proposto para o ensino de Ciências.

- A facilitação da aprendizagem, pois, na concepção vygotskyana, o individuo só se desenvolve plenamente como suporte de outros indivíduos da sua cultura, ocupando uma posição de destaque a troca de experiências entre alunos e, também, entre alunos e professores (Vygotsky, 1991).
- O desenvolvimento da competência crítica e de habilidades gerais de exploração, preparando o estudante para a vida como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para construir juízos próprios, reconhecer problemas e buscar soluções, utilizando os conceitos matemáticos em diferentes áreas. (DA COSTA, 2009, p. 116)

Para Biembengut (2014), a Modelagem Matemática caracteriza-se como uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que sirvam não apenas para uma solução particular, mas também como suporte para outras aplicações e teorias.

No âmbito da Educação Matemática, diferentes abordagens, caracterizações ou concepções são dadas para a Modelagem Matemática, e por isso não é fácil descrevê-la, como já pontuado nesta pesquisa. Para as autoras citadas acima, as concepções de Modelagem Matemática no âmbito educacional são distintas, porém todas convergem para a obtenção de um modelo que represente, explique ou solucione a atividade de investigação.

[...] é essencial não perder de foco estas definições nos aspectos que convergem no entendimento de que a modelagem pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem matemática, mas especialmente, para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento que surtirá efeitos no contexto social. (BIEMBENGUT, 2009, p. 21)

Na visão da autora, a Modelagem Matemática aproxima professor e aluno que tenham como objetivos comuns a contínua e necessária produção do conhecimento.

Scheller e Biembengut (2013, p. 09) apresentam um sistema de classificação de concepções de Modelagem Matemática, baseado na análise de uma amostra de produções publicadas em anais de eventos nacionais (2003-2010). Foram três as concepções de Modelagem Matemática na Educação: método ou estratégia de ensino, alternativa pedagógica e ambiente de aprendizagem.

Método de Ensino e/ou Pesquisa – aprender matemática a partir de tópicos de outras áreas do conhecimento e, paralelamente, aprender a realizar uma investigação seguindo os passos da pesquisa científica; **Alternativa pedagógica** – foco na aprendizagem matemática – representa um meio para instigar o interesse e levá-lo a aprendizagem de matemática; e **Ambiente de aprendizagem** – a modelagem matemática como meio para refletir, discutir e analisar questões sociais. (SCHELLER; BIEMBENGUT, 2013, p. 09)

Em relação aos objetivos das produções analisadas, para as autoras, os principais resultados apontaram que a Modelagem Matemática:

- ✓ possibilita a elaboração de conceitos matemáticos integrando a matemática às demais disciplinas;
- ✓ proporciona interação entre alunos e professor e objeto do conhecimento;
- ✓ contribui mudança na concepção do aluno em relação à matemática;
- ✓ melhora o rendimento na matemática;
- ✓ motiva para a aprendizagem;
- ✓ estimula o senso crítico, criativo e reflexivo;
- ✓ leva os estudantes a envolver-se nas atividades de Modelagem por interesse ou necessidade;
- ✓ mobiliza os estudantes a utilizarem nas atividades conhecimentos matemáticos previamente estudados;
- ✓ orienta os alunos a fazerem pesquisas;
- ✓ proporciona sentido às atividades, sendo a pesquisa fundamental para o processo, permitindo dessa forma, aprender pela experiência.
- ✓ dificuldade do professor na exploração da atividade de Modelagem;
- ✓ descrença e resistência à utilização de outro método de ensino de matemática. (SCHELLER; BIEMBENGUT, 2013, p. 10)

Concordamos com as autoras (p. 10), ao concluírem que os autores que utilizam Modelagem Matemática em suas experiências de ensino “priorizam melhor qualidade de ensino de Matemática visando aprendizagem, sucesso e permanência dos alunos na escola ou, por outro lado, procuram estimular o espírito investigativo utilizando a Modelagem sob o viés da pesquisa”.

No entender de Bassanezi (2015), a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Corroborando Bassanezi (2015), Costa (2016) diz que, ao aplicar a Modelagem com os estudantes em sala de aula, temos percebido que, ao desenvolver essa estratégia de ensino, é possível mostrar os conceitos matemáticos em nosso dia a dia e assim os estudantes sentem-se mais motivados para construir seu conhecimento.

Nesse sentido, a modelagem se torna um recurso potente para o ensino e para a aprendizagem da Matemática, pois os estudantes têm a possibilidade de entrar em contato com os conteúdos a partir de fenômenos naturais, muitas vezes a partir de discussões ou temas de seu interesse, levantados por eles mesmos. (COSTA, 2016, p. 58)

Complementando, o autor se refere à Modelagem Matemática como uma proposta de ensino que,

Ao contrário de uma proposta comum de ensino, a modelagem provoca o estudante a ser o ator principal no processo de construção de sua aprendizagem, levando-o a buscar as respostas do “problema”. Nessa dinâmica, o professor pode atuar como orientador/coordenador do processo de ensino, ajudando os estudantes a selecionar e organizar informações; a elaborar hipóteses e problemas; a criar meios de resolução; a mobilizarem conhecimentos já adquiridos; a construir argumentos para expor suas “descobertas”. (COSTA, 2016, p. 58)

Com tudo isso, entendo que é necessária uma mudança na condução das aulas, rompendo com práticas que valorizam mais os exercícios e repetições, e se busquem mais aquelas que sejam de cunho investigativo. Essa mudança depende, prioritariamente, da vontade docente em procurar práticas alternativas àquelas utilizadas em sua formação básica (BIEMBENGUT, 2009).

Dentre as concepções e definições sobre Modelagem Matemática expostas aqui, alinhame em muitos pontos àquela defendida por Barbosa (2004, p. 3), que entende a Modelagem Matemática como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.”

Diante disso, defendemos o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática, por acreditar que estamos diante de uma das formas mais úteis de representar a Matemática em situações reais.

No segundo Eixo Temático, denominado Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, realizamos um movimento dialógico envolvendo as Unidades de Registro que se articularam entre si: (i) Modelagem Matemática de problemas do mundo real; (ii) Modelagem Matemática e Formulação de Problemas; (iii) Estratégias de Modelagem de problemas reais – Reconhecimento de situação problema; (iv) Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

O que caracteriza uma Modelagem Matemática, segundo Biembengut e Hein (2005), é o fato de o problema advir de uma situação real e, depois, se formular e resolver um modelo que solucione o problema, modelo este que possa ser aplicado, também, como suporte para outras aplicações.

Os procedimentos que identificam os passos da Modelagem, segundo Biembengut e Hein (2003), são: a) Interação, b) Matematização, e c) Modelo Matemático.

Em suma, a interação é identificada pela pesquisa e o reconhecimento da situação-problema; a matematização subdivide-se em formulação e resolução do problema, traduzindo, através da linguagem matemática, a situação real para um modelo matemático que poderá

solucionar o problema inicial; e o modelo matemático, que consiste em validar ou não a solução encontrada para o problema.

Destacamos a fase da matematização, ou seja, o surgimento de perguntas decorrentes da análise dos dados coletados e das observações feitas diretamente no ambiente pesquisado. Este momento é propício para o desenvolvimento, a formulação e a construção do pensar matemático através de um modelo matemático adequado para a resolução dos problemas levantados.

Deste modo, Scheffer e Campagnollo (1998) aponta para uma sequência dada pela Modelagem Matemática:

[...] formulação do problema, que envolve a situação real, a solução que envolve a busca de resolução através de modelos matemáticos e a validação que envolve a verificação da solução e relação entre a solução matemática e a situação real. (SCHEFFER; CAMPAGNOLLO, 1998, p. 37)

Segundo Klüber e Burak (1998), a etapa da resolução dos problemas surgidos através de modelos matemáticos é rica no processo, pois pode ser constatada, por parte dos alunos, a adequação de vários modelos matemáticos, e na qual cai por terra a forma usual de se trabalhar Matemática na escola. Ou seja, pode não existir um único modo de resolver, mas vários caminhos que levam à solução do problema. Sendo assim, os conteúdos são trabalhados em função do problema, portanto, nem sempre é possível prever qual conteúdo matemático contemplará o problema a ser estudado, podendo ocorrer um apanhado de vários conteúdos para a resolução da situação-problema inicial.

Embora os livros didáticos tragam uma quantidade cada vez maior de problemas contextualizados relacionados ao cotidiano dos alunos, Lozada e Magalhães (2008) enfatizam que há a necessidade de os professores reverem sua prática pedagógica com o objetivo de tornar a resolução de problemas uma “atividade desafiadora que mobilize o processo cognitivo dos alunos”. Para as autoras, a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática estão diretamente relacionadas, pois,

Dessa maneira, estes [os alunos] seriam levados a desenvolver sua capacidade crítica com vistas a discutir os modelos matemáticos desenvolvidos, sua validação, questionando se haveria outros modelos para um mesmo fenômeno, entre outras questões que podem ser levantadas. Enfim, a resolução de problemas deve estar diretamente relacionada com a Modelagem Matemática e constituir um cenário de investigação. (LOZADA; MAGALHÃES, 2008, p. 03)

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, as referidas autoras dizem que a Resolução de Problemas é citada como uma prática a ser desenvolvida em nossas escolas e que esta postura é “reforçada na seção de competências e habilidades” (p. 02).

Comparando as fases da Resolução de Problemas e as fases da Modelagem Matemática, as autoras (p. 04) encontram semelhanças entre as duas. Alicerçadas em Polya (1995), elencam as quatro fases para a resolução de problemas:

(1ª) compreensão do problema, (2ª) concepção de um plano, (3ª) execução do plano e (4ª) visão retrospectiva”. A Modelagem Matemática envolve as seguintes etapas: (1ª) definição do problema, (2ª) simplificação e formulação de hipóteses, (3ª) dedução do modelo matemático, (4ª) resolução do problema matemático, (5ª) validação e (6ª) aplicação do modelo. (LOZADA; MAGALHÃES, 2008, p. 04)

Diante do exposto, percebe-se que a Modelagem Matemática está diretamente ligada à Resolução de Problemas.

É o que observa Gustineli (1990), ao referir-se à Modelagem Matemática e à Resolução de Problemas:

[...] encarar a modelagem matemática e a resolução de problemas globalmente relacionadas e ressaltar como a criatividade emerge ao se trabalhar com essas duas linhas de pesquisa, como metodologias do ensino da Matemática, tendo em vista o processo de ensino e aprendizagem. (GUSTINELI, 1990, p. 13)

Para relacionar a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, Lozada e Magalhães (2008) abordam esta relação nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (2006, p. 84-85), onde apontam:

[...] A Modelagem Matemática percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a ideia de resolução de problemas (...). Ante uma situação-problema ligada ao mundo real, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que este melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento. (LOZADA; MAGALHÃES, 2008, p. 04)

Com base no exposto acima, entendemos que a Modelagem Matemática tem como princípio resolver problemas reais, presentes em nosso cotidiano, por meio de conceitos matemáticos. Neste sentido, fenômenos diários se apresentam como elementos para análise que resultam na compreensão do mundo como ele é, possibilitando uma visão crítica de acontecimentos vivenciados pelos alunos e que podem ser modificados por eles, ao mesmo tempo em que a aprendizagem da Matemática é viabilizada.

No terceiro Eixo Temático, denominado Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas, apresentamos as Unidades de Registro: (i) Modelagem Matemática e Etnomatemática; (ii) Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade; (iii) Modelagem Matemática e Trabalho por Projetos.

No tocante ao ensino de Matemática, de acordo com Biembengut (2014, p. 198), alguns estudiosos defendem a proposição de questões ou de atividades que a integrem a outras áreas do conhecimento, “a fim de que os estudantes não a desvinculem da realidade deles e, ainda, lhes facilite a compreensão sobre um fato não conhecido, assimilando-o ou incorporando-o aos fatos já familiares”.

Que os estudantes não apenas tenham conhecimentos matemáticos, mas também desenvolvam habilidades para solucionar situações-problema das mais diversas áreas, ou mesmo, conheçam como determinadas culturas, grupos de pessoas fizeram ou fazem uso da matemática nos seus afazeres. (BIEMBENGUT, 2014, p. 198)

Para auxiliar no processo de ensinar e aprender, e durante a abordagem dos conteúdos, o professor pode contar com as Tendências Metodológicas no Ensino da Matemática, como: Modelagem Matemática, História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, Jogos e Ludicidade, Projetos e Uso das Mídias Tecnológicas.

Para a referida autora (p. 02), essas concepções na Educação Matemática, nas últimas décadas, “têm nutrido múltiplas produções acadêmicas em diversas temáticas” e “estimulado uma comunidade de professores a atuar em distintas vertentes, na expectativa de melhorar a relação entre ensino e aprendizagem de matemática”.

Dentre elas, a autora destaca três dessas temáticas que têm pontos confluentes com a Modelagem Matemática: Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática. Embora sejam temáticas relativamente independentes, é importante identificar aspectos dos procedimentos que se julgam confluentes, seja na pesquisa, seja no ensino.

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que visa articular situações não matemáticas com a criação de modelos matemáticos.

Pinheiro (2005) relata que a Modelagem Matemática se apresenta como “uma forma de capacitar o indivíduo para uma atuação consciente e crítica na realidade em que vive”. Assim, o educando pode “construir modelos abstratos na descrição e resolução de um fenômeno no qual a Matemática aparece como linguagem que representa a situação”, e como ferramenta na busca de solução para os problemas que envolvam ciência, tecnologia e sociedade.

Como, em essência, Modelagem é processo de pesquisa, Biembengut (2014) diz que, nas últimas décadas, tem sido defendida como processo ou método de ensino de Matemática na Educação, “uma vez que oportuniza ao estudante estudar situações-problema por meio de pesquisa, instigando seu interesse e aguçando seus sentidos crítico e criativo”. Para a autora, a expectativa é que, por meio da Modelagem, o estudante “compreenda” situações-problema de alguma área em que ele tenha interesse, “aprenda” conceitos matemáticos requeridos na aplicação, “aprimore” sua capacidade para ler, interpretar, formular situações-problema e “estimule” seu senso criativo na solução e na avaliação.

A Resolução de Problemas consiste em um método de ensino no qual o aluno aplica os conhecimentos adquiridos anteriormente em situações novas com as quais se depara. Segundo Polya (2006),

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (POLYA, 2006, p. 03)

A Resolução de Problemas, abordada em Polya (2006), foi abordada por Palharini et al. (2013) e, para tal, pode ser considerada como uma abordagem metodológica que, para resolver situações-problema abertas os alunos, deve seguir quatro passos: “compreender o problema; planejar a solução do problema; executar o plano de ação; verificar os resultados”. Para os autores, tal abordagem visa colocar os alunos em um contexto dinâmico e interativo, proporcionando um espírito crítico e reflexivo.

Sendo assim, Nishimura (2012) enfatiza que

Na Resolução de Problemas, enquanto estratégia metodológica, o professor utiliza tarefas nas quais o aluno é estimulado a investigar, a explorar, ou seja, é dada ao aluno a oportunidade de aproximar-se do fazer matemática do mesmo modo que os matemáticos fazem. (NISHIMURA, 2012, p. 8)

A Resolução de Problemas pode ser abordada tanto para trabalhar com conteúdos já trabalhados pelo professor quanto para inserir novos conteúdos.

Todas as culturas sociais possuem um legado de conhecimentos, condutas e regras que procuram transmitir às gerações, tornando possível o elo e a continuidade das culturas, conforme Biembengut (2014). Esse conhecimento, em grande parte, é gerado pelas necessidades práticas da realidade. Conforme Biembengut (2014), tendo suporte em D'Ambrosio (1998),

Toda atividade humana resulta de motivação proposta pela realidade na qual está inserido o indivíduo através de situações ou problemas que essa realidade propõe. E, assim, muitas culturas sociais têm criado e desenvolvido instrumentos para explicar, entender, aprender e saber fazer, como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais. A “arte ou técnica de explicar, conhecer ou entender como uma pessoa ou um grupo gera conhecimento matemático, faz uso em seus afazeres, organiza e transmite este conhecimento a outrem, denomina de Etnomatemática. (BIEMBENGUT, 2014, p. 209)

Complementando, a referida autora diz que a Etnomatemática

Trata-se de pesquisa sobre as concepções, tradições e práticas matemáticas de uma pessoa ou grupo sociocultural, em que o pesquisador se dirige à pessoa ou à comunidade, interage-se com ela, conhece seus afazeres observando, interrogando-a, dentre outros meios, conforme. (BIEMBENGUT, 2014, p. 209)

A Etnomatemática é uma proposta educacional que estimula a criatividade do aluno. De acordo com D'Ambrosio (1993), “é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos”.

A Etnomatemática prioriza a cultura local, onde quer que o trabalho seja desenvolvido, valorizando sempre a Matemática presente nas diferentes culturas. Para Maior e Trobia (2009),

Tem como ponto de partida o conhecimento prévio, isto é, o conhecimento adquirido com as experiências e observações fora do âmbito escolar dos alunos. Partindo dos conceitos informais trazidos pelos alunos, a Etnomatemática, contraria a concepção de que todo conhecimento matemático é adquirido na escola, pois se vale desses conceitos e de situações existentes na comunidade escolar para formalizar os conceitos. O professor precisa se inteirar dos costumes, para perceber se os conceitos que os alunos têm sobre determinados assuntos são válidos, e assim saber o que pode ser mudado ou complementado. Isso exige muita disponibilidade do professor. (MAIOR; TROBIA, 2009, p. 06)

Para Biembengut (2014, p. 209), “a fonte da Etnomatemática está nos fazeres e saberes de uma pessoa ou grupo. Fazeres resultantes das necessidades no cotidiano delas. E saberes que dispõem de uma linguagem própria e expressam costumes, comportamentos”.

Um importante componente da Etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática.

Já um projeto insere um conjunto de ações para alcançar o que se pretende, como afirma Biembengut (2014).

Na execução de um projeto, a vontade e o imprevisto não são suficientes. Conforme citado por Biembengut (2014), é preciso “articular objetivos, conceber indicadores relativos ao cumprimento de metas”.

A autora citada acima, apoiando-se em Boutinet (1990), aponta essenciais as fases de estudo ou trabalho denominadas: diagnóstico, esboço, estratégias, execução e análise. Assim, descreveu as fases:

Diagnosticar: assinalar a situação ou o propósito, e inteirar dos recursos e dados disponíveis.

Esboçar: efetuar prescrição do possível e desejável para, assim, descrever meios para buscar dados e avaliar.

Estabelecer estratégias: identificar como esses dados podem ser organizados, classificados, analisados.

Executar: ajustar as informações ou os dados, realizar as ações e avaliações pontuais e intermediárias considerando-se a dominante temporal.

Analisar: julgar resultado, natureza ou ideias resultantes e assim, dispor de inventário da situação pesquisada. Esses parâmetros asseguram a função heurística do projeto, guiando a pessoa ou grupo a decidir o que e como fazer; uma descrição que contenha: como identificar, onde buscar, quanto dispor e quando utilizar. (BIEMBENGUT, 2014, p. 207)

Os projetos escolares incentivam a participação ativa dos estudantes, em especial quando as atividades são preparadas para lhes proporcionar estímulo e desafio, como aponta Izard (1997).

Biembengut (2014) complementa:

Esses projetos devem instigar os estudantes a formularem perguntas, buscarem saber mais sobre algum assunto ou fato, observarem o contexto deles, o meio ambiente. Mais que tudo, que cada projeto possa fazer emergir o dom precioso de cada um que é a imaginação. O projeto que cada estudante abarca revela sua identidade: no interesse e reconhecimento das questões; na formulação e descrição dos dados; na competência em interpretar e avaliar os resultados; na inovação de produtos, processos. (BIEMBENGUT, 2014, p. 207)

A referida autora preceitua um método para projeto nas práticas pedagógicas, em três etapas que se denominam: preparação, desenvolvimento e projeção.

E1) Preparação: instigar os estudantes em saber sobre algum um tema/assunto; buscar dados na bibliografia disponível e/ou junto a especialista; inteirar-se e elaborar histórico.

E2) Desenvolvimento: guiá-los a formular perguntas a respeito do tema/assunto; descrever os dados; identificar conceitos/definições envolvidas; formular e compreender as circunstâncias.

E3) Projeção: orientar os estudantes a interpretar os resultados, analisar; identificar fato ou algo que possa usar em outra circunstância. (BIEMBENGUT, 2014, p. 207)

O projeto, em geral, trata-se de atividade extraclasse, em dias específicos para este estudo, e ainda não está ligado ao conteúdo curricular da disciplina, complementa Biembengut (2014).

Para a citada autora, se os estudantes são levados a disporem de projetos que lhes propiciem: “ampliar seus conhecimentos, saber sobre seu entorno, sentir-se valorados, ser propulsores do desenvolvimento da escola, dentre outros, um dos fins da Educação deve ser alcançado”. O projeto educativo, pela sua natureza, “refere-se a certos valores suscetíveis de dar conta de preparar a pessoa à inserção ao meio sociocultural desejado, privilegiando suas ações de empreender”.

Pelo “estilo” de cada um dos métodos expostos acima, abordamos a Modelagem Matemática em confluências com a Resolução de Problema, o Projeto e a Etnomatemática.

Para responder à questão sobre pontos confluentes, abordar-se-á em dois tópicos, que são explicitados por Biembengut (2014):

No ‘querer saber’ – método de pesquisa e no ‘querer ensinar’ – método de ensino; dependendo do foco, do ‘querer saber’, há elementos que ligam estruturalmente esses métodos. Elementos essenciais que se combinam e recombinaem em expressões de certos conceitos básicos e, assim, permitem obter conhecimento, trazer informação. Como a Educação deve promover conhecimento, instigar o ‘querer saber’, na disciplina de Matemática ou de Ciências, por exemplos, orienta-se a um desses métodos no ‘querer ensinar’. Pois, em cada um deles, requer do estudante: conhecimento do tema relativo à situação e do conteúdo (matemático ou ciências) que pode levar à solução; método nas fases a percorrer; instrumentos tecnológicos para dar suporte à solução e expressão dos dados; estética na resolução que permita a outrem compreender; e ética na expressão e comunicação das ideias resultantes. (BIEMBENGUT, 2014, p. 210)

A referida autora aborda os pontos confluentes no ‘querer saber’ – método de pesquisa, assim explicitados:

A Modelagem Matemática é um método de pesquisa. O pesquisador utiliza-se da Modelagem quando espera solucionar uma situação-problema cujos dados disponíveis não são suficientes para aplicar em um modelo matemático e obter a solução, ou ainda, para (re)criar, aprimorar algo (objeto, técnica, teoria, etc.). Nesta condição, o pesquisador precisa levantar algumas hipóteses ou pressupostos e formular um modelo. Modelo que precisa ser avaliado se é ou não válido. Ao contrapor os procedimentos estabelecidos de Modelagem com os de Resolução de Problema, Projeto e Etnomatemática, para fins de pesquisa, apontam-se os similares: delimitação da situação problema, referencial teórico, hipóteses ou pressupostos, desenvolvimento, aplicação, interpretação da solução e avaliação. (BIEMBENGUT, 2014, p. 211)

Para sintetizar as fases de cada vertente, a fim de visualizá-las e compará-las entre os processos de pesquisa de cada uma, Biembengut (2014) organizou um quadro, como vemos na Figura 8, abaixo:

Figura 8 – Comparativo entre os processos de pesquisa de cada vertente.

	Modelagem	Resolução de Problema	Projeto	Etnomatemática
Perceber Aprender	Reconhecer situação-problema	Identificar situação-problema	Diagnosticar	Reconhecer práticas e soluções
	Familiarizar	Reunir dados		Familiarizar
Compreender Explicitar			Esboçar	
	Formular problema			Descrever
		Estabelecer procedimentos	Estabelecer procedimentos	
Significar Expressar	Formular modelo			Efetuar pressuposto
	Solucionar	Solucionar	Executar	Analisar
	Avaliar, validar	Avaliar, validar	Analisar	Explicar fato, práticas
	Expressar			

Fonte: Adaptada de Biembengut (2014, p. 212).

Sendo assim, faremos uma breve descrição dos pontos confluentes das três vertentes de pesquisas com as três fases, e respectivas subfases da Modelagem, embasados por Biembengut (2014):

→ Resolução de Problema e Modelagem são confluentes quando os dados disponíveis e o conhecimento que se tem não são suficientes para utilizar um meio ou aplicar um ‘modelo’ existente para a solução. Neste caso, no querer saber, duas subfases da Modelagem não estão expressas ou evidenciadas na literatura consultada sobre Resolução de Problemas: formulação de um modelo (matemático ou não) e a expressão ou a divulgação dos resultados. Mesmo assim, considera-se que estas subfases fazem-se presentes, contudo, tácitas.

→ Projeto e Modelagem são confluentes em vários pontos quando for projeto de pesquisa. O termo projeto implica o que planejar ou espera alcançar, realizar seja em contextos pessoais, profissionais. Ao contrapor os procedimentos estabelecidos de modelagem de projetos por Boutinet (1990),

só não se expressam confluências, neste querer saber, como na Resolução de Problema, a formulação de um modelo e a expressão dos resultados.

→ Etnomatemática e Modelagem são confluentes em diversos os pontos se o pesquisador na Etnomatemática para explicitar o fazer matemático desta pessoa ou deste grupo, elabora um modelo - pressuposto explicativo deste fazer ou saber.

Ao comparar os procedimentos, apenas, a subfase resolução a partir do modelo nem sempre se faz necessária na Etnomatemática, pois do pressuposto explicativo passa-se a análise do fato, das práticas. (BIEMBENGUT, 2014, p. 212)

Em síntese, a autora supracitada define a Modelagem Matemática, a Etnomatemática e a Projetos:

A Modelagem Matemática é área de pesquisa voltada à elaboração ou à criação de um modelo matemático não apenas para solução particular de uma situação-problema, mas que este modelo valha como suporte para outras aplicações e teorias. A Etnomatemática é a área de pesquisa que procura conhecer e valorar o saber de uma pessoa ou de um grupo em seus fazeres. E, ao se pretender efetuar uma pesquisa, exprimir os propósitos desta, um Projeto torna-se guia para se alcançar este conhecimento e, assim, compartilhar com outros. (BIEMBENGUT, 2014, p. 213)

A autora (p. 213), diz que essas definições corroboram o querer saber – pesquisar, concluindo-se que “tanto na Modelagem quanto na Resolução de Problema, no Projeto ou na Etnomatemática, o pesquisador guia-se pela metodologia científica”. E que, em essência, essas vertentes seguem fases comuns a fim de produzir conhecimento, “seja algo original, seja complementar ao que existe”. Como este conhecimento pode ser de natureza de uma ou de diferentes áreas específicas, o método requerido “pode sofrer algumas variações de acordo com o assunto de que se trata”. Em projetos de pesquisa que têm como fonte um “querer saber”, pode-se afirmar que,

Em um Projeto de pesquisa, seja este de Modelagem ou de Etnomatemática, tem como fonte uma Situação-problema, um querer saber. Para solucionar essa situação-problema, cada fase envolve uma gama de procedimentos, técnicas, conceitos e teorias específicas das áreas envolvidas – uma pesquisa. Ainda, requer do pesquisador conhecimento, intuição e sentidos criativo e lúdico para jogar com as muitas variáveis envolvidas. Além disso, esse pesquisador envereda-se por outras áreas do conhecimento, como biologia, sociologia, antropologia, etc., uma vez que múltiplos processos, conexões, relações, ideias, práticas, dentre tantos outros elementos e aspectos podem estar presentes, o que permite ao pesquisador expor acontecimentos, enunciar modelos de relações entre coisas, fatos. Ao expressar este alcance, em algum campo da pesquisa, o pesquisador não apenas satisfaz seu desejo de querer saber e compreender, mais ainda, impulsiona a si mesmo ou a outrem a dar continuidade nesse querer saber e, assim, deduzir outros fatos, ou observações adicionais. Como perfazem o caminho da pesquisa científica não podem deixar de serem consideradas no contexto escolar como métodos de ensino e

pesquisa, uma vez que oportunizam aos estudantes ter Projetos de pesquisa, seja na Modelagem, na Resolução de Problema ou na Etnomatemática. Estes projetos podem conter os propósitos: solucionar determinadas situações-problema, tomar decisões, criar ou recriar algo (objeto, método, técnica, etc.), conhecer e valorar saberes de outras pessoas. Isto é, projetos que instiguem os estudantes a aprender a arte de modelar, solucionando problemas, decidindo sobre certas situações, (re) criando ou aprimorando algo, bem como, a arte de explicar as práticas matemáticas de culturas sociais. Projetos em que se esperam aprimorar os meios diversos do contexto, do ambiente, da natureza. (BIEMBENGUT, 2014, p. 213)

Ao abordar os pontos confluentes no ‘querer ensinar’ – método de ensino, a autora assim explicita:

A Modelagem na Educação – Modelação define-se como um método de ensino com pesquisa a ser utilizada em disciplinas da Educação Básica ao Ensino Superior, seja de Matemática, seja de Ciências da Natureza, dentre outras. Conforme já mencionado, a Modelação organiza-se nas mesmas três fases da Modelagem (percepção e apreensão; compreensão e explicitação; e significação e expressão), não disjuntas, alterando nas subfases. Ao contrapor os procedimentos de Modelação com os de Resolução de Problema, Projeto e Etnomatemática, para as finalidades de ensino, no ‘querer ensinar’, apontam-se os similares: na proposição de um tema ou de uma situação-problema, no levantamento ou apresentação de dados, nos procedimentos para a resolução e na interpretação ou avaliação do resultado. (BIEMBENGUT, 2014, p. 214)

Na Figura 9, abaixo, a autora faz um comparativo entre os procedimentos de ensino de cada vertente.

Figura 9 – Comparativo entre os procedimentos de ensino de cada vertente.

	Modelagem	Resolução de Problema	Projeto	Etnomatemática
Percepção e Apreensão	Propor assunto/tema	Propor situação-problema	Propor assunto/tema	Propor assunto/tema
	Explicar e apresentar	Apresentar dados		
	Levantar questões		Levantar dados	Levantar dados
Compreensão e Explicitação	Levantar hipóteses/pressupostos	Estabelecer caminhos	Estabelecer caminhos	
	Expressar dados			
	Desenvolver conteúdo			
	Exemplificar		Identificar conteúdos	Identificar matemática
Significação e Expressão	Formular modelo			Efetuar descrição
	Resolver a questão	Resolver problema	Resolver problema	
	Avaliar, validar	Interpretar	Interpretar	Entender o uso da matemática/tema
	Expressar			Descrever/comparar a matemática

Fonte: Adaptada de Biembengut (2014, p. 2014).

Baseada nas proposições, pontuam-se confluências das três vertentes de ensino, apontadas pela autora:

→ Resolução de Problema e Modelação são confluentes, em parte na primeira (percepção e apreensão) e terceira (significação e expressão) etapas da Modelação, mas não na segunda (compreensão e explicitação). Isso porque, na Resolução de Problema, em geral, situações-problema são propostas aos estudantes quando eles já dispõem do conhecimento ou conteúdo curricular. Assim, essa situação-problema vale para aprimorar os conhecimentos deles e, essencialmente, como exercícios aos seus sentidos criativo e crítico, ao requererem-lhes decidir por uma heurística de resolução e julgar as ideias resultantes.

→ Projeto e Modelação, de igual forma, a segunda etapa da Modelagem não é explicitamente confluyente. Como na Resolução de Problema, no Projeto os estudantes escolhem ou dispõem de um tema ou situação-problema de pesquisa, cujos conhecimentos específicos (do programa curricular da disciplina) para solucioná-la os estudantes já dispõem, ou pelo menos, lhes foram ensinados antes. A essência do Projeto é proporcionar aos estudantes a capacidade de desenvolver pesquisa sobre assunto(s) de interesse(s) deles e, assim, levá-los a utilizar o conhecimento que já têm e, ainda, saber identificar quais conteúdos lhes requerem na solução e/ou interpretação da situação estudada.

→ Etnomatemática e Modelação pode-se identificar em linhas gerais confluências: na percepção do tema/assunto escolhido, a obtenção dos dados a partir da pessoa ou grupo envolvida, não necessariamente bibliografia, mas sim, da apreensão da história oral ou da observação dos fazeres dessas pessoas; na compreensão, ao efetuar uma descrição destes fazeres, identificando a matemática utilizada e no como fazem uso desta; e na expressão ao descrever o processo. Não há confluências: na formulação de um modelo, no ensino dos conteúdos curriculares ‘suscitados’ por este modelo e na devida validação, uma vez que se propõe a conhecer e valorar os feitos de uma pessoa ou grupo em seus afazeres. E a essência da Etnomatemática, é instigar os estudantes a conhecer as diferentes linguagens e procedimentos na solução de algum problema realizados por pessoas em seus afazeres, valorar as diferentes culturas e formas sociais. (BIEMBENGUT, 2014, p. 215)

A autora (p. 215), enfatiza que essas definições corroboram o querer ensinar – método de ensino, concluindo-se que a essência dessas vertentes é “primar sempre por envolver cada estudante em qualquer período de escolaridade” (da Educação Básica ao Ensino Superior) à associação de elementos existentes no que diz respeito ao próprio tema.

Essa associação pode “incluir aplicação de dados em um modelo, ou uma lei fundamental, ou descrevendo um modelo” que expresse sua compreensão sobre o ente ou assunto em questão e que “lhe favoreça a desenvolver competências na resolução de outras questões, tomadas de decisão e sentidos, dentre outros”. Para a autora,

Esses estudantes, seja na Modelação, seja Etnomatemática, vão ter como ponto de partida uma Situação-Problema, que para melhor solucioná-la, vão

estabelecer uma heurística ou ainda um Projeto como guia. Situação-Problema que para solucioná-la vai requerer conhecimento muito além dos tópicos da disciplina; isto é, os estudantes terão que se enveredar por algumas outras áreas do conhecimento. Ao alcançar este propósito, solucionar uma situação-problema que requeira perpassar as etapas da Modelação ou da Etnomatemática e, ao mesmo tempo, aprender tópicos essenciais do programa curricular e (não-curricular) alcançando melhor saber, acredita-se também, que esses estudantes impulsionarão os respectivos professores a permanecerem neste processo do querer ensinar. (BIEMBENGUT, 2014, p. 216)

A autora (p. 216), salienta que cada uma dessas vertentes traz, mesmo que implicitamente, “um conjunto de procedimentos no intuito de desvelar e/ou instigar conhecimento”. Assim, a arte das mesmas está em “guiar os estudantes para uma adequada compreensão do meio em que vivem: das pessoas, dos processos, dos valores”; e o potencial destas vertentes está em “pô-las em prática: traduzindo os resultados em linguagem adequada na compreensão geral e desenvolvendo competências na expressão escrita e oral de seus resultados”.

Biembengut (2014, p. 216) deixa claro que, “frente ao sentido da Educação, vale a pena considerar uma das vertentes ou todas combinadas”. Em relação aos estudantes, essas vertentes oportunizam aos mesmos: “fazer perguntas, identificar e conhecer fatos, acumular experiências, estar atentos aos acontecimentos, encantar-se com os resultados das questões emergidas, expressar seus conhecimentos”. Em relação aos professores, “quanto mais atentos os professores estiverem, tanto melhor aproveitarão dessas vertentes para que os estudantes possam assinalar conhecimentos”. Espera-se que esses procedimentos vivenciados pelos estudantes “venham tornar-se um hábito e, por assim, sejam incorporados às ações deles fora dos limites escolares”. O melhor que se pode colher destas vertentes da Educação “consiste em não deixar de capitalizar inspiração para aprimorar o conhecimento dos jovens que atuarão nas décadas subsequentes”.

Diante de tudo o que foi exposto nos Eixos Temáticos da categoria de análise Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática, percebemos que alguns alunos possuem dificuldades em Matemática, seja por falta de interesse ou atenção, seja por dificuldades apresentadas. O uso de tendências metodológicas, mais especificamente a Modelagem Matemática no ensino de Matemática, aliadas à ludicidade e atividades diferenciadas, pode resgatar o gosto pela aprendizagem, além de buscar amenizar defasagens que possam ter ocorrido durante seu processo educacional.

Analisando como está caracterizado atualmente o papel da Educação Matemática, que visa à formação de cidadãos que estejam aptos para conviver em sociedade, sabendo respeitar

as diferenças, e agir de forma reflexiva e crítica diante das situações do cotidiano, ressaltamos que, com o uso da Modelagem Matemática na sala de aula, podemos mostrar aos alunos como a Matemática pode ser útil em sua vida fora do ambiente escolar e como ela interage com as demais áreas do conhecimento.

Como já vimos, percebemos que a Matemática ainda é apresentada sem vínculos com os problemas reais que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes, o ensino dessa disciplina está resumido a regras mecânicas que às vezes ninguém sabe para que servem. Diante disso, os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola.

Neste contexto, a Modelagem Matemática pode ser uma aliada para mudar essa situação, trazendo aos alunos uma Matemática mais real, inserida no seu cotidiano, pois ela ajuda na organização do pensamento e pode ser um instrumento a mais para o aluno interpretar o mundo em que vive, segundo suas próprias conclusões e entendimento, e fazer com que ele desenvolva a capacidade de exercitar o seu papel enquanto cidadão que pensa e discute os problemas da sua comunidade.

Nesta perspectiva, o aluno passa a perceber a importância da Matemática para a compreensão de fenômenos naturais, como, por exemplo, ser possível prever alguns acontecimentos utilizando fórmulas e modelos, despertando seu interesse pela ciência.

Diante do exposto acima, defendemos o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática, porque acreditamos que a mesma tem como princípio resolver problemas reais, presentes em nosso cotidiano, por meio de conceitos matemáticos. Neste sentido, fenômenos diários se apresentam como elementos para análise que resulta na compreensão do mundo como ele é, possibilitando uma visão crítica de acontecimentos vivenciados pelos alunos e que podem ser modificados por eles, ao mesmo tempo em que a aprendizagem da Matemática é viabilizada, e com a Modelagem estamos diante de uma das formas mais úteis de representar a Matemática em situações reais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste momento, apresentamos algumas reflexões sobre a influência da pesquisa realizada nos PPCs dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, bem como delineamos respostas à questão norteadora da presente pesquisa. Apresentamos também nosso ponto de vista sobre a necessidade de mais pesquisas para a discussão da temática: Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática.

A intenção, neste último momento, é sintetizar nossa interpretação do movimento dialógico realizado entre os registros (dados) da pesquisa e os referenciais teóricos utilizados para apresentar aos leitores: Licenciandos em Matemática, Professores da Educação Básica, Formadores de Professores de Matemática, Educadores Matemáticos, membros do Núcleo Docente Estruturante – NDE das Licenciaturas, pesquisadores e formadores de professores de Matemática em geral, algumas considerações a respeito dos resultados obtidos nesta pesquisa, bem como lançar nosso olhar para a influência deste trabalho nos futuros processos de formação.

Tendo em vista o exposto anteriormente, a presente pesquisa foi norteada pela seguinte pergunta: **O que se revela sobre a presença da Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil?**

Considerando a pergunta norteadora, a presente pesquisa realizada buscou investigar a maneira como a Modelagem Matemática, enquanto abordagem metodológica de ensino, está explicitada nos Projetos Pedagógicos de cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Na busca por tentarmos alcançar o objetivo e responder à pergunta norteadora da presente dissertação, trilhamos muitos caminhos para explicitarmos e compreendermos como a Modelagem Matemática se faz presente nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Para tanto, tratamos, por meio da Análise de Conteúdo, dos dados relativos às ementas da disciplina de Modelagem Matemática, juntamente com os dados referentes aos conteúdos programáticos, à nomenclatura da disciplina, à carga horária, ao semestre letivo em que é oferecida, aos possíveis pré-requisitos, à referência bibliográfica básica e complementar, aos procedimentos metodológicos, aos recursos didáticos, aos critérios de avaliação, além dos recursos tecnológicos utilizados.

Considerando todos os dados analisados na pesquisa, constatamos que são poucas as disciplinas de Modelagem Matemática que são obrigatórias nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, pois, dos 235 PPCs consultados, apenas 43, ou seja, 18,3% dos

documentos consultados, possuem a referida disciplina como obrigatória em sua matriz curricular.

A Modelagem Matemática tem sido foco de interesse em várias teses, dissertações e artigos, bem como discutida em diversos eventos, como EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, que se encontra em sua 11ª edição, e CREMM – Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino. A linha de pesquisa em Modelagem Matemática é atuante na área de pesquisa do Brasil.

Diante disso, comprovamos que há um número expressivo de publicações sobre Modelagem Matemática em eventos de grande relevância no país, confirmando sua importância no cenário educacional. Contudo, como aponta esta pesquisa, existem poucas instituições de ensino que possuem em sua matriz curricular a disciplina de Modelagem Matemática como obrigatória. Entendemos que a Modelagem Matemática na formação inicial de professores precisa estar mais presente nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Percebemos também que a carga horária das disciplinas obrigatórias varia muito. Para isso, sugerimos que cada PPC possua no mínimo duas disciplinas de Modelagem Matemática, com carga horária de 60 horas cada, para abordar os diferentes focos elencados na análise da presente pesquisa.

Outro fato que nos chamou atenção foi que a maioria dos PPCs não menciona a Modelagem Matemática, tendo em vista que a mesma é estudada, discutida, analisada e evidenciada por diversos autores como sendo de suma importância na formação inicial de professores que ensinam Matemática.

Verificamos que 57,87% dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil possuem uma carga horária inferior à carga horária estabelecida pelo MEC (2019) – todos os cursos em nível superior de Licenciatura, destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, deverão ser organizados em três grupos, com carga horária total de, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas.

Durante a análise, outros pontos relevantes foram: a insatisfação na organização e condução do ensino de Modelagem Matemática, e a desarticulação entre a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e a Modelagem Matemática na Matemática pura. Sugerimos que os cursos de Licenciatura em Matemática reorganizem suas disciplinas de Modelagem Matemática, buscando fazer essa articulação.

Ressaltamos que, durante a análise dos PPCs, poucas ementas apresentaram o objetivo

da referida disciplina, sendo assim a construção dos objetivos deve ser realizada fazendo a articulação entre referenciais modernos e referenciais clássicos, visando o ensino de Modelagem Matemática como metodologia e utilizando aplicações da Matemática pura.

Fomos amparados pelos aportes teóricos das bases do conhecimento para o ensino propostas por Shulman (1986), e pesquisas que abordam aspectos da Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática e da Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (1977) e Rodrigues (2019), a qual nos possibilitou a constituição de duas Categorias de Análise: (i) Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática; e (ii) Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática.

Em relação à Categoria de Análise I (Aplicações da Matemática com Modelagem Matemática), evidenciamos 5 (cinco) Eixos Temáticos – (i) Conceitos e Definições de Modelos e Modelagem Matemática; (ii) Modelos e Equações Diferenciais; (iii) Cálculo Numérico e Modelos Matemáticos; (iv) Modelos Matemáticos Interdisciplinares e (v) Método da Modelagem Matemática.

Um Modelo Matemático é essencial para orientar pesquisadores das mais diversas áreas, permitindo projetar diferentes cenários e analisá-los, contribuindo com elementos para a tomada de decisões sobre como equacionar problemas da realidade.

Diante do exposto, percebemos também que o conteúdo de Equações Diferenciais faz parte do currículo de cursos como Matemática, Física e Engenharias. Por ser uma extensão da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, exige também entendimento de conceitos bem estabelecidos que a envolvem e que estão relacionados a problemas da realidade, os quais podem ser elaborados por modelos matemáticos. As equações diferenciais, das mais simples até as mais complexas, são capazes de modelar matematicamente situações reais.

Sendo assim, podemos observar a importância de perceber a aplicabilidade dos Modelos Matemáticos no cálculo numérico. É significativo o entendimento com a Matemática, mostrando seu lado prático e sua utilidade no dia a dia.

Como visto, o estudo de modelos matemáticos envolve as áreas do conhecimento, desde as exatas, como a Matemática pura e aplicada, estatística, probabilidade, as áreas de ciências naturais e tecnológicas (física, química, geologia, biologia, engenharias, ciências da saúde, etc.); bem como as ciências humanas e sociais (economia, sociologia, linguística, etc.). Propicia, assim, uma combinação entre teoria e prática.

Sendo assim, vimos que a Modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador.

Em relação à Categoria de Análise II (Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática por meio da Modelagem Matemática), evidenciamos 3 (três) Eixos Temáticos – (i) Ensino e Aprendizagem da Modelagem Matemática em Sala de Aula; (ii) Modelagem Matemática e Resolução de Problemas e (iii) Relações da Modelagem Matemática e as Tendências Metodológicas.

Dentre as concepções e definições sobre Modelagem Matemática expostas aqui, alinhame em muitos pontos àquela defendida por Barbosa (2004, p. 3), que entende a Modelagem Matemática como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.” Diante disto, defendemos o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática, por acreditar que estamos diante de uma das formas mais úteis de representar a Matemática em situações reais.

Com base no exposto acima, entendemos que a Modelagem Matemática tem como princípio resolver problemas reais, presentes em nosso cotidiano, por meio de conceitos matemáticos. Neste sentido, fenômenos diários se apresentam como elementos para análise que resulta na compreensão do mundo como ele é, possibilitando uma visão crítica de acontecimentos vivenciados pelos alunos e que podem ser modificados por eles, ao mesmo tempo em que a aprendizagem da Matemática é viabilizada.

Tendo em vista que alguns alunos possuem dificuldades em Matemática, ora por falta de interesse, concentração e atenção, ora por dificuldades apresentadas, o uso de tendências metodológicas no ensino de Matemática, aliadas à ludicidade e atividades diferenciadas, pode resgatar o gosto pela aprendizagem, além de buscar amenizar defasagens que possam ter ocorrido durante seu processo educacional.

No processo de compreensão das duas Categorias de Análise presentes na disciplina de Modelagem Matemática, evidenciamos que existe a necessidade de reestruturação dessa disciplina nos PPCs das Licenciaturas em Matemática no Brasil.

Os procedimentos da Análise de Conteúdo – na perspectiva elucidada por Bardin (1977) –, adotados perante o *corpus* da pesquisa das ementas dos 43 cursos de Licenciatura em Matemática em atividade no Brasil, permitiram compreender e evidenciar a contribuição para a disciplina de Modelagem Matemática.

Enfatizamos que, por meio dos dados obtidos na presente pesquisa, a pergunta norteadora foi satisfatoriamente respondida e cumpridos os objetivos elencados na dissertação.

Sendo assim, o intuito é sintetizar nossa interpretação do movimento dialógico realizado entre as ementas da pesquisa e os referenciais teóricos utilizados para apresentar aos leitores,

educadores matemáticos e membros do Núcleo Docente Estruturante – NDE das Licenciaturas, pesquisadores e formadores de professores de Matemática em geral, algumas considerações a respeito dos resultados obtidos na pesquisa.

Os dados produzidos e analisados na presente pesquisa sinalizam diretrizes para os cursos de Licenciatura e seus PPCs com relação à implantação da Modelagem Matemática em seu currículo, bem como orientam com relação ao aprimoramento dessa metodologia em cursos que já têm a Modelagem em seu currículo para formação de professores de Matemática.

Defendemos que a Modelagem Matemática esteja presente nas Licenciaturas em Matemática, porém articulando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino à Matemática pura, considerando-se o conteúdo específico de seu ensino.

Assim sendo, oferecemos aos NDEs dos cursos de Licenciatura em Matemática das Instituições de Ensino Superior do Estado do Brasil algumas contribuições com elementos curriculares, bibliográficos e formativos em relação aos principais focos dos conhecimentos em Modelagem Matemática contidos na formação inicial de professores de Matemática. As referidas contribuições poderão ser utilizadas para possíveis reestruturações no planejamento das referidas disciplinas que abordam tal conhecimento na formação inicial de professores de Matemática.

No decorrer desta pesquisa, percebemos que ela apresentou uma temática relevante, por apresentar um número crescente de pesquisas relacionadas a essa temática. Diante da complexidade e da relevância da temática apresentada, neste momento delineamos alguns aspectos que poderão contribuir para futuras pesquisas em Educação Matemática, possibilitando, aos pesquisadores, investigar sobre novos caminhos e perspectivas de ensino e pesquisa.

Sugerimos pesquisas relacionadas à Modelagem Matemática, aos processos de aprendizagem em Matemática e também às diferentes disciplinas que envolvem os conteúdos matemáticos específicos nos cursos de Licenciatura em Matemática, como: Cálculo, Álgebra, Geometria, Estatística, Matemática Aplicada, problematizando as abordagens dos conteúdos matemáticos trabalhados, pois, a nosso ver, os professores formadores atuantes nas disciplinas pedagógicas necessitam considerar os Conhecimentos Necessários à Docência para a formação dos futuros professores de Matemática nas Licenciaturas.

Destacamos que outras sugestões poderiam surgir, porém, torna-se importante enfatizar a necessidade de pesquisas em Educação Matemática, voltadas à Formação Matemática nas Licenciaturas em Matemática no Brasil, objetivando diminuir o distanciamento existente entre o que os professores aprendem de Matemática na formação inicial e o que eles vão utilizar de

fato em suas práticas pedagógicas na Educação Básica.

Concluimos que a presente pesquisa representa uma contribuição significativa para outros educadores matemáticos e principalmente para os professores formadores atuantes nas Licenciaturas em Matemática no Brasil, preocupados em oferecer aos futuros discentes um entendimento consistente, por meio de diferentes ambientes de aprendizagem, nos quais os professores possam ser atores críticos de seus próprios processos de ensinar e aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA COSTA, Felipe de. Ensino Matemática por Meio da Modelagem Matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; FATORI, Luci Harue; SOUZA, Luciana Gastalfi Sardinha. Ensino de cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia**, v. 10, n. 16, 2010.

ALMEIDA, Lourdes. Werle.; SILVA, Karina. Pessoa da.; VERTUAN, Rodolfo. Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1, ed. Reimpressão. São Paulo: Contexto, 2012. 157 p.

ALVES, Murilo Barros. **Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática**: Formulação, Resolução de Problemas e Introdução à Modelagem Matemática. 2008. 90 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2008.

AMARAL, Tatiane Reis do; LEITE, Neila Gualberto; DA SILVA, Alan Oliveira. O ensino de cálculo numérico utilizando o scilab. In: **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática-2013**. 2013.

APPOLINÁRIO, Fábio. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo: Atlas, 2009.

AQUINO, Crisvânia de Castro. **Disciplinas de educação matemática em cursos de licenciatura em matemática**: um estudo sobre enunciações de licenciados do Instituto Federal do Piauí (IFPI). Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2014.

ARENALES, Selma Helena de Vasconcelos; SALVADOR, José Antônio. **Cálculo numérico**. 2017.

ASSIS, Leonardo de. **Modelagem matemática na formação de professores**: algumas contribuições. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

BACKES, Vânia Marli Schubert *et al.* Lee Shulman: contribuições para a investigação da formação docente em enfermagem e saúde. **Texto & Contexto Enfermagem**, v. 26, n. 4, p. 1-9, 2017.

BANCO DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES. Disponível em: <<https://bdtd.ibict.br/vufind/>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: Pesquisas e Práticas Educacionais. Recife, PE: SBEM, 2007, p. 161-174.

_____. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001a.

_____. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001, 253

f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2001b.

_____. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. **Reunião Anual da ANPED**, v. 24, n. 7, p. 1-15, 2001c.

_____. Modelagem e modelos matemáticos na Educação Científica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 69-85, 2009.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

_____. **Análise de conteúdo**. Tradução de L. de A. Rego e A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2006 (obra original publicada em 1977).

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

_____. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

_____. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. 4ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

_____. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BELINE, Willian. **Análise de conteúdo e os sentidos do procedimento “vai um” na operação de adição para formandas em pedagogia**. V Encontro de Produção Científica e Tecnológica - EPCT, 2010.

BELTRÃO, Maria Eli Puga. **Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações**: teoria e prática. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; SCHIMITT; A. L. F. **Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos apresentados no 14º Grupo de Estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática STUDY GROUP**, 14 -ICMI. Dynamis(Blumenau), v. 13, p. 11-20, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salette. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo:Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2005.

_____. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 07-32, 2009.

_____. Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e Etnomatemática: pontos confluentes. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 197-219, 2014.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em Educação**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik–ZDM –The International Journal on Mathematics Education*, Karlsruhe, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file>>. Acesso em: 12 mar. 2020.

BRAVO, Restituto Sierra. **Técnicas de investigação social: teoria e ejercicios**. 7. ed. ver. Madrid: Paraninfo, 1991.

BUJES, Maria Isabel Edelweiss. Descaminhos. In: COSTA, Marisa Vorraber (Org.). **Caminhos investigativos II: outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina Editora, 2007.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 47-60, 2010.

BURAK, Dionísio; KLUBER, Tiago Emanuel. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de Educação Matemática. **Revista Margens Interdisciplinar**, v. 7, n. 8, p. 33-50, 2013.

_____. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1992.

CALDA, Isolete Ribas; FERREIRA, Carlos Roberto. **Modelagem Matemática: Uma estratégia para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica**. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. PDE, Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO, 2016.

CARVALHO, Érick Macedo. **O uso da modelagem matemática na formação de professoras de Matemática da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, Universidade Estadual da Paraíba, 2014.

CASTILHO, José Eduardo. **Cálculo Numérico**. Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, 2001.

CENTRO DE REFERÊNCIA DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO. Disponível em: <<http://www.furb.br/cremm/portugues/index.php>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática em sala de aula: obstáculos e resistências apontados por pesquisadores brasileiros**. VII Congresso Ibero americano de Educação Matemática, 2013.

CHAVES, Maria I. A.; ESPÍRITO SANTO, Adilson O. Um modelo de modelagem matemática para o Ensino Médio. In: VII CONGRESSO NORTE/NORDESTE DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA. **Anais...** Belém, 2004.

CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

CONTRERAS, José. **A autonomia dos Professores**. Tradução de Sandra T. Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2002. ISBN 85-249-0870-X.

COSTA, Helisângela Ramos da. A modelagem matemática através de conceitos científicos. **Ciências & Cognição**, v. 14, n. 3, p. 114-133, 2009.

CRESWELL, John W.. Projeto de pesquisa: métodos quali, quanti e misto. **POA: Bookman**, 2007.

_____. Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto. In: **Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2010.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates**, SBEM, Ano II, v. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer**. 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 1998.

_____. Etnomatemática: um programa. **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, v. 1, nº 1, p. 5-11, 1993.

D'ÁVILA, Maria Cristina; SONNEVILLE, Jacques. Trilhas Percorridas na Formação de Professores: da epistemologia da prática à fenomenologia existencial. In: D'ÁVILA, Maria Cristina; VEIGA, Ilma Passos A. (Org.). **Profissão Docente: novos sentidos, novas perspectivas**. Campinas: Papyrus, 2013.

ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/xxivebrapem>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

FELIX, Elton. **Equações de Diferenças: Uma Abordagem Mais Completa Para o Ensino de Sequências no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado, Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

FERREIRA, Maria Cristina Costa. **Conhecimento matemático específico para o ensino na Educação Básica: a álgebra na escola e na formação do professor**. Tese de Doutorado em Educação - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; DA SILVA, Karina Alessandra Pessoa. Modelagem Matemática e uma Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem. **Bolema**, v. 33, n. 65, p. 1233-1254, 2019.

FERREIRA, Poliana Flávia Maria. **Modelagem e suas contribuições para ensino de Ciências: Uma análise do estudo de Equilíbrio Químico**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:**

percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GAMA, Carmen Lucia Graboski; GOMES, Mateus das Naves; PIRES, Liceia Alves. **Da teoria à prática: problematização e metodologias diferenciadas no Cálculo Numérico. Ensino em Revista**, v. 25, p. 234-255, 2018.

GARCÍA, Carlos Marcelo. **Formação de professores: para uma mudança educativa**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999.

GATTI, Bernadete Angelina; BARRETO, Elba Siqueira de Sá (Coord.). **Professores do Brasil: impasses e desafios** / Brasília: UNESCO, 2009.294.

GRAY, David. E. **Pesquisa no mundo real**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.

GUSTINELI, Odesnei. A. P. **Modelagem matemática e Resolução de problemas: uma visão global em educação matemática**. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

IZARD, J. Assessment of complex Behavior as expected in mathematical projects and investigations. In: HOUSTON, S. K. et al. **Teaching and Learning Mathematical Modelling: Innovation, Investigation and Applications**. England: Albion Mathematics & Applications Series, 1997.

JUNIOR, Neil da Rocha Canedo; JUNIOR, Marco Aurélio Kistemann. **Modelagem na Educação Básica: uma possibilidade para a sala de aula de matemática**. Universidade de Juiz de Fora, Produto Educacional, 2014.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 10, n. 1, 2008.

LEITE, Maria Beatriz Ferreira. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 10, n. 1, 2008.

LEITE, Yoshie Ussami Ferrari. **O lugar das práticas pedagógicas na formação inicial de professores**. São Paulo: Cultura Acadêmica (UNESP), 2011.

_____. Didática e epistemologia: para além do embate entre a didática e as didáticas específicas. **Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas**. Campinas: Papirus, 2008, p. 59-88.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática e epistemologia: para além do embate entre a didática e as didáticas específicas. **Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas**. Campinas: Papirus, p. 59-88, 2008.

LOZADA, Cláudia de Oliveira. MAGALHÃES, Nadja, S. Um Estudo de Caso Relacionando Formação de Professores, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no Ensino de Física. XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física – Curitiba – 2008

LUIZ, Mônica Helena Ribeiro. **Modelos matemáticos em epidemiologia**. Dissertação de Mestrado, Mestrado Profissional em Matemática Universitária do Departamento de Matemática, Rio Claro, 2012.

MAIOLI, Gabrielle. **Métodos numéricos para equações diferenciais ordinárias**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2015.

MAIOR, Ludovico; TROBIA, José. Tendências metodológicas de ensino-aprendizagem em educação matemática: resolução de problemas-um caminho. **Ponta Grossa.[GS Search]**, 2009.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão da Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Boletim do GEPEN**, v. 64, 2014.

_____. A modelagem matemática na formação inicial de professores: a mudança de postura de Alexandre. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES. **Anais...** Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2014, p. 1816-1828.

MARCELO, Carlos. La investigación sobre el conocimiento de los profesores y el proceso de aprender a enseñar. In: PERAFÁN, G. A.; ADÚRIZ-BRAVO, A. **Pensamiento y conocimiento de los profesores: debates y perspectivas internacionales**. 2. ed., Bogotá: Editorial Nomos, 2005. p. 47-61.

MARTINS, Danielle Alves. **A disciplina Modelagem na educação matemática na UFMG: percepções junto a estudantes e egressos do curso de licenciatura em Matemática**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.

MARTINS, Jorge Santos. **O trabalho com projetos de pesquisa: do ensino fundamental ao ensino médio**. 5. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MEDEIROS, Elisa Ferreira. **Uma introdução ao estudo das Equações Diferenciais Parciais usando o modelo de Euler-Bernoulli para a vibração transversal de uma barra flexível**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande, 2016.

MESQUITA, Jefferson Ferreira. **Modelagem Matemática e Cálculo Numérico: proposta pedagógica para cursos de Engenharia de Produção e Engenharia Química**. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário UNIVATES, 2015.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem na docência: algumas contribuições de L.S Shulman. *Revista Centro de Educação*, v. 29, n. 2, p. 33-49, 2004.

MIZUKAMI, Maria. Graças. Nicoletti. Escola e desenvolvimento profissional da docência. In: **GATTI, Bernardete Angelina (Org); Por uma política nacional de formação de professores**. São Paulo: Editora Unesp, 2013. p. 23-54.

MONTEIRO, Alexandrina; POMPEU Junior, Geraldo. **A Matemática e os Temas Transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

NASCIMENTO. Monique Silva do. **Análise do Processo de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2014. Disponível em: <<https://www.uaberta.unisul.br/sgc/downloadArquivoConteudo.processa?ead=8.298373702192266E111520078867309&arquivoId=20080&comunidadeId=1>>. Acesso em: 30 ago. 2020.

NISHIMURA, Nilza Tomie. **Resolução de Problemas: Um Estudo em Sala de Aula**. 2012.

NOVAKI, Cristiane. BERNARDES, Mateus. **Equações de diferenças na projeção de populações**. 2016. Dissertação de Mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

OLIVEIRA LOZADA, Cláudia de. **Um Estudo de Caso Relacionando Formação de Professores, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no Ensino de Física**. XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física – Curitiba – 2008.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira. As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com Modelagem Matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais**. Recife: Sbem, 2007. p. 215-232. (Biblioteca do Educador Matemático). V. 3.

OLIVEIRA, Eliane Alves de; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. **Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica**. EM TEIA| **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 4, n. 2, 2013.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. Possibilidades de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo na formação inicial de professores de Matemática. **28ª Reunião Anual da ANPED**, Caxambu, MG, 2005.

OLIVEIRA, Wellington Piveta. **Modelagem matemática nas licenciaturas em matemática das universidades estaduais do Paraná**. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2016.

_____. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 98, n. 249, p. 503-521, 2017.

ORO, Neuza Terezinha; KRIPKA, Rosana Maria Luvezute. Aplicação de modelagem matemática no ensino básico de engenharia. **Educação & Tecnologia**, v. 16, n. 1, 2011.

PALHARINI, Bárbara. MARQUES, Joselene. NEVES, Renata Toncovitch das. OLIVEIRA, Jéssika Naves de. **Tendências metodológicas e sua importância na formação de professores da educação básica**. VII Conferência Ibero Americana de Educação matemática, 2013.

PASSOS, Arilda Maria; DE GÓES, Luiz Amilton. **O ensino da matemática na perspectiva das metodologias propostas nas diretrizes curriculares do Paraná**. Dia a dia Educação do Paraná, Guarapuava, PR, 2008.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. **Educação crítico-reflexiva para um ensino médio científico-tecnológico: a contribuição do enfoque CTS para o ensino-aprendizagem do conhecimento matemático**. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005. 306 p.

PIVA, Rogerio. **Modelos matemáticos e equações diferenciais ordinárias**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e Adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. **A aplicação de modelos matemáticos em situações-problema empresariais, com uso do software LINDO**. Tese (Doutorado) – Centro Universitário UNIVATES, 2009.

RENZ JUNIOR, Herton. **A importância da modelagem matemática no ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – PROFMAT, Universidade Federal de Goiás, 2015.

RODRIGUES, Márcio Urel; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra; SILVA, Luciano Duarte da. Conhecimentos Necessários à Docência no Âmbito do PIBID/Matemática no Brasil. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 12, n. 3, p. 323-333, 2019.

RODRIGUES, Márcio Urel; SILVA, Luciano Duarte. Disciplina de estatística na matriz curricular dos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 14, p. 1-21, 2019.

RODRIGUES, Marcio Urel; SILVA, Luciano Duarte; FERREIRA, Nilton Cezar. Clássicos da Educação Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. In: D'ambrosio, Beatriz Silva; Miarka, Roger. Clássicos na educação matemática brasileira: múltiplos olhares, p. 301-346, 2016.

RODRIGUES, Marcio. Urel. **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área de educação matemática**. __ (Org.). Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área da educação matemática. Curitiba: CRV, 2019.

RODRIGUES, Márcio Urel. **Potencialidades do PIBID como espaço formativo para professores de matemática no Brasil**. Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro – SP, 2016.

RODRIGUES, Walter Martins. **Apostila de Cálculo Numérico**. UFERSA – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. 2007. Disponível em: <http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/114/arquivos/matematica/calculo_numerico/apostila_calc_numerico_1.doc>. Acesso em: 28 ago. 2020.

ROSA, Milton.; OREY, Daniel Clark. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência socio crítica. **Revista Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, 2007.

SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Palestra na Mesa Redonda: “**Modelagem Matemática**”, [20-?].

SANTANA, Taise Sousa. **Avaliação discente de um curso de modelagem Matemática à distância**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências, Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, 2010.

SANTOS JUNIOR, Guataçara dos; SOARES, Maria Rosana. A Modelagem Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná. **Revista Dynamis**, v. 20, n. 2, p. 29-46, 2015.

SANTOS JUNIOR, Guataçara dos; SOARES, Maria Rosana. **A Modelagem Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná**. **Revista Dynamis**, v. 20, n. 2, p. 29-46, 2015.

SANTOS, Arion de Castro Kurtz. ModelCiências: Características do Desenvolvimento de um Portal para o Projeto Modelagem Computacional Semiquantitativa e Quantitativa na Educação em Ciências do Plano Sul de Pesquisa e Pós-Graduação do CNPq. In: IV Seminário sobre representações e modelagem no processo de ensino-aprendizagem. **Anais**. Vitória, ES, 2002.

SANTOS, Ricardo Ferreira dos. **O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio**. 2014. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

SANTOS, Suelene Amazonas dos. **Conhecimento pedagógico do conteúdo na D formação e exercício do professor de química no município de Itacoatiara-AM**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Manaus, 2017.

SCHEFFER, Nilce F.; CAMPAGNOLLO, Adriano J. Modelagem Matemática: uma alternativa para o ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 6, n. 10, p. 35-55, jul./dez. 1998.

SCHELLER, Morgana; BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática na Educação Brasileira: Um Mapa do Contexto do Ensino Médio. In: VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA - 2013.

SCHMIDT, Wilian. **Modelagem matemática**: um estudo das relações entre a geometria e as geometrias moleculares. 2011.

SHULMAN, L. S. Research on teaching: a historical and personal perspective. In: SHULMAN, L. S. **The wisdom of practice**: essays on teaching learning, and learning to teach. San Francisco: Jossey-Bass, 2004. p. 364-381.

_____. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. **Revista de Currículum y Formación del Profesorado**, Granada, España, ano 9, n. 2, p. 1-30, 2005. Disponível em: <<http://www.ugr.es/local/recfpr/rev92art1.pdf>>. Acesso em: 04 set. 2019.

_____. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, 1987.

_____. Those Who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SILVA, Cíntia da; KATO, Lilian Akemi. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 817-838, 2012.

SILVA, Edecarlos Vasconcelos da. **Contribuições da Modelagem Matemática e das Tecnologias para o Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática, Santa Maria, 2015.

SILVARES, Leonardo. **Palestra “Modelagem Matemática: o que é, para que serve e como fazer”**. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, 2012.

SODRÉ, Ulysses. Equações Diferenciais Ordinárias. **Aulas para Computação, Engenharia Elétrica Engenharia Civil**. 2003.

_____. **Modelos matemáticos**. Londrina: UEL, 2007.

SPERANDIO, Décio. **Cálculo numérico**: características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

STAHL, Nilson Sergio Peres. **O ambiente e a modelagem matemática no ensino do cálculo numérico**. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação – UNICAMP, Campinas, 2003.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. Facilitating Mathematization in Modelling by Beginning Modellers in Secondary School. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Ed.). *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences*. Cham: Springer, 2015. p. 93–104.

THOMAS, Lucas Rangel. **O uso de equações diferenciais na modelagem de sistemas naturais e outros**. Trabalho de Conclusão de Cursos, Licenciatura em Ciências Naturais, Universidade de Brasília, 2013.

TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da Pesquisa**. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação. O positivismo; a fenomenologia; o marxismo* 2015.

URQUIZA, Marconi de Albuquerque; MARQUES, Denilson Bezerra. Análise de conteúdo em termos de Bardin aplicada à comunicação corporativa sob o signo de uma abordagem teórico-empírica. **Entretexos**, v. 16, n. 1, p. 115-144, 2016.

VALLE, Jaqueline. **Equações de Diferença e Teoria de Estabilidade**. Trabalho de Conclusão de Curso, Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2016.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

WOLFF, Jeferson Fernando de Souza; SERRANO, Agostinho. O significado da modelagem utilizada no ensino de física conforme lido a partir de referenciais da educação matemática. **Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 8, p. 1-11, 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Biografia dos principais autores da disciplina de Modelagem Matemática encontrados nos PPCs do Brasil.

Rodney Carlos Bassanezi possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1965), mestrado em matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1971) e doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1977). Trabalhou no IMECC – Unicamp de 1969 a 2001, quando passou a ser pesquisador voluntário nesta universidade, permanecendo até 2006. Desde 2007 passa a trabalhar na Universidade Federal do ABC, onde foi o primeiro coordenador do programa de pós-graduação do CMCC. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise, atuando principalmente nos seguintes temas: Teoria Fuzzy: Sistemas dinâmicos subjetivos; Biomatemática: Epidemiologia, ecologia; Educação Matemática: Modelagem.

Maria Salett Biembengut é matemática com especialização na UNICAMP, pedagoga, mestra em Educação Matemática pela UNESP, doutora em Engenharia de Produção e Sistemas pela UFSC e pós-doutora em Educação pela USP (2003) e pela University of New Mexico USA (2009). Na Universidade Regional de Blumenau (FURB), atuou de 1990 a 2010 no Departamento de Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação e em Ensino de Ciências e Matemática; aposentou-se em fevereiro de 2010 e passou a atuar como professora voluntária; e na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, na Faculdade de Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (2010-2015). Foi professora visitante das Faculdades: de Educação da Universidad de Salamanca – Espanha (mar.-abr./2003; fev./2012; fev./2014 e jan./2016); da New Mexico State University – EUA (nov.-dez./2004); de Matemática da Technische Universitat de Dresden – Alemanha (jun.-jul./2009), da Lappeenranta University of Technology e da Tampere University of Technology – Finlândia (fev./2012) e no Teacher College da Columbia University – EUA (dez./2014). Dedicou-se à pesquisa em Modelagem Matemática na Educação desde 1986. Publicou dezenas de artigos em periódicos especializados e em anais de eventos, onze livros e 25 capítulos de livros e organizou três livros. Orientou dezenas produções de final de cursos: doutorado, mestrado, especialização, graduação; e iniciações científicas nas áreas de Educação e Educação Matemática. Foi Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM (jan./1992-jul./1995) e do Comitê Interamericano de Educação Matemática CIAEM (jul./2003-jul./2007), membro do IPC Aplicações & Modelagem International Commission on

Mathematical Instruction – ICMI (2001-2007). Membro do International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications e idealizadora e fundadora do Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino – CREMM.

Lourdes Maria Werle de Almeida é professora da Universidade Estadual de Londrina desde 1985. Atua no curso de graduação em Matemática e é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, programa no qual já ocupou a função de coordenadora e de vice-coordenadora. É bolsista de produtividade do CNPq e tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica na Educação Matemática e Formação de Professores de Matemática. É líder do GRUPEMAT – Grupo de Pesquisas sobre Modelagem e Educação Matemática cadastrado no CNPq e participa do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática da UEL. Como membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, foi coordenadora do GT de Modelagem Matemática entre 2010 e 2012 e vice-coordenadora desse GT no período de 2013 a 2015. Na SBEM-Paraná, integra o comitê editorial desde o ano de 2012.

Karina Pessôa da Silva é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Especialista em Educação Matemática e mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela mesma instituição. Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Pela Contexto, é autora do livro “Modelagem Matemática na Educação Básica”.

Rodolfo Eduardo Vertuan é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Especialista em Educação Matemática e Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela mesma universidade. Doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). É professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Toledo. Pela Contexto, é coautor do livro “Modelagem Matemática na Educação Básica”.

Jonei Cerqueira Barbosa possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Católica do Salvador (1997), Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2001) e pós-doutoramentos na London South Bank University (2008) e na University of London (2013-2014). Desde 2010, é professor associado, em regime de dedicação exclusiva, do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia. É pesquisador produtividade, nível 1D, do CNPq. Atua como professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS, no qual exerceu a função de vice-coordenador (2006-2010) e coordenador (2011-2013).

Também é professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFBA, no qual exerceu a função de vice-coordenador (2013-2017). Orienta projetos de iniciação científica, mestrado, doutorado e pós-doutorado. Desde 2010, é líder do Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática (EnCiMa), certificado pelo CNPq junto à UFBA. Foi membro do Executive Committee of the International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (2009-2013). Atuou como coordenador do GT de Modelagem Matemática (2006-2009) e Diretor da Regional Bahia (2004-2007) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), sendo que, desde 2018, coordena o GT de Professores que Ensinam Matemática dessa entidade. Atualmente, é editor associado do periódico Boletim de Educação Matemática (Bolema). É sócio das seguintes sociedades científicas: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED) e Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC). Possui experiência na área de Educação Matemática, tendo desenvolvido projetos de pesquisa na área de Modelagem Matemática, materiais curriculares para professores e formação de professores de Matemática, cujos resultados estão socializados em mais de cem trabalhos completos publicados na forma de artigos de periódicos, capítulos de livros e artigos em anais.

Ademir Donizeti Caldeira é Pró-Reitor de Graduação (2016-2020) da Universidade Federal de São Carlos, Vice-Diretor do Centro de Ciência da Educação (2008-2010) da Universidade Federal de Santa Catarina, Diretor do Curso de Matemática (1998-2003) da Universidade de Uberaba. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela UNESP/IBILCE (1987), mestrado em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro (1992) e doutorado em Educação pela UNICAMP (1998). Professor Associado III do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de São Carlos. Vice-Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Cultura. Credenciado no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática na Educação Matemática e Etnomatemática.

Jussara de Loiola Araújo possui Bacharelado e Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (1992), mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (1994) e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP/Rio Claro (2002). Realizou um estágio de pós-doutorado na Universidade de Lisboa (2009). É professora titular do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. Foi coordenadora do Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática da Sociedade

Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no triênio 2015-2018. Atuou como co-chair do Topic Study Group (TSG) Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics, do International Congress on Mathematical Education (ICME). Foi membro do Comitê de Ética em Pesquisa da UFMG no período de agosto de 2013 a agosto de 2016. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Educação Matemática Crítica e Teoria da Atividade.

APÊNDICE B – Referências Complementares.

ALMEIDA, Rafael Neves. **Modelagem matemática nas atividades de estágio: saberes revelados por futuros professores.** Dissertação de Mestrado em Educação, São Carlos-SP, 2009.

ALVES, Allan Kardec Araújo. **A modelagem matemática como ferramenta mediadora do ensino da matemática.** São Luís, 2020.

ALVES, Cláudia Ferreira Soares. **Modelagem matemática como estratégia de ensino em tópicos de matemática financeira.** 2016.

ARAKI, Paulo Henrique Hideki. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: Uma análise semiótica.** 2020. 177 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

BARALLOBRES, Gustavo Nestor. **O conceito de função como modelo matemático.** 1998. 187 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.

BATISTA, Michel Corci. **A utilização da experimentação no ensino de física: modelando um ambiente de aprendizagem.** 2009. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Maringá.

BRAZ, Bárbara Cândido. **Contribuições da modelagem matemática na constituição de comunidades de prática locais: um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes.** Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2014.

CAMBI, Betina. **Educação CTS em livros didáticos: da análise à aproximação com a modelagem matemática.** São Carlos: UFSCAR, 2015.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes. **Modelagem matemática: um olhar sobre textos produzidos por licenciandos após vivências em uma disciplina de conteúdo matemático.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

DOS SANTOS, Douglas Borreio Maciel. **Um panorama de pesquisas sobre o uso da modelagem matemática no ensino médio: 2010 a 2014.** 2016.

FERREIRA, Carlos Roberto. **A Modelagem Matemática na Educação Matemática como Eixo Metodológico da Prática do Professor de Matemática.** 2016.

GIRALDI, Olga Cristina Penetra. **Um estudo sobre a criatividade em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática.** 2020.

HAMMES, Ofelia Oro. **Modelagem matemática: aspectos psicopedagógicos favorecidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.** 2000.

HONORATO, Alex Henrique Alves. **Modelagem matemática e o material didático do Estado de São Paulo: diálogos em um trabalho com licenciandos.** 2016.

JÚNIOR, Arthur Gonçalves Machado. **Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem: Ação e Resultados.** 2005. 133 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

KACZMAREK, Derli. **Modelagem no ensino da Matemática**: Um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem. Dissertação de Mestrado em Educação, do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2014.

KOVALSKI, Lenilton. **Modelagem matemática**: articulações entre a prática e propostas curriculares oficiais. Dissertação de Mestrado em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Estadual de Ponta Grossa 2016.

LUZ, Elisa Flemming. **Educação a Distância e Educação Matemática**: contribuições mútuas no contexto teórico-metodológico. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

MAGRINI, Luciano Aparecido. **Modelos matemáticos e aplicações ao ensino médio**. 2013. 119 p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2013.

MATIOLI, Cristiane Elise Reich. **Metapesquisa dos referenciais teóricos de textos sobre formação continuada de professores em modelagem matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática –PPGECM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE, Cascavel, 2019.

MULLER, Maria Candida. **Modelos matemáticos no ensino da matemática**. 1986. 130 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1986.

NESPOLO, Rodrigo Fernando. **Uma Proposta de Ensino de Matemática para a Educação Básica**. 49 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Pato Branco, PR, 2014.

OLIVEIRA, Ana Cristina Magalhães. **Modelagem matemática em sala de aula**: perspectivas para o ensino fundamental. 2018.

OLIVEIRA, Marcelo de Sousa. **Interpretação e Comunicação em Ambientes de Aprendizagem Gerados pelo Processo de Modelagem Matemática**. Dissertação de Mestrado, Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará – Belém, 2010.

RAMOS, Wilson Maciel et al. **Modelos matemáticos de planejamento em universidades**. Dissertação de Mestrado, UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, 1974.

RANGEL, Walter Sérvulo Araújo. **Projetos de modelagem matemática e sistemas lineares [manuscrito]**: contribuições para a formação de professores de matemática. 2011. 139 f.: il.; tabs.

RODRIGUEZ, Elvia Eleonora Saucedo. **Estudo de modelos matemáticos determinísticos em interação populacional**. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo, 1992.

ROSA, Selma dos Santos. **Possibilidades dos Processos e Método no Ensino a Distância**: Um Estudo de Caso de um Curso de Modelagem Matemática. Dissertação de Mestrado – Blumenau, SC, 2009.

SALANDINI, Everton Jonathan de Andrade. **A modelagem matemática na introdução do conceito de equação para alunos de sétimo ano do ensino fundamental**. 2011.

SANTOS, Larissa Rosa dos. **Modelagem Matemática**: contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática. 2012.

SILVA, Rodrigues da Silva et al. **Modelos matemáticos em dinâmica de populações e estatísticas**. 1982.

SILVEIRA, Everaldo. **Modelagem matemática em educação no Brasil**: entendendo o universo de teses e dissertações. Unpublished Master's Dissertation. Curitiba: Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, 2007.

SOARES, Maria Rosana. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**: uma perspectiva à luz dos futuros professores de matemática. 2012. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2012.

TEIXEIRA, J. C. P. **Introduzindo conceitos de Física no Ensino Fundamental 2 através da Modelagem Matemática**. 2019. 104 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2019.

ANEXOS

ANEXO A – Lista dos 235 PPCs consultados na pesquisa.

Nº.	SIGLA DO PPC	ORIGEM DO PPC - INSTITUIÇÃO	MUNICÍPIO	ESTADO
1.	IFAC	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ACRE – CAMPUS RIO BRANCO	RIO BRANCO	AC
2.	IFAL	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DE ALAGOAS	MACEIO	AL
3.	UFAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS	ARAPIRACA	AL
4.	UFAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS	MACEIÓ	AL
5.	UNEAL	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE ALAGOAS	ARAPIRACA	AL
6.	UNEAL	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE ALAGOAS	PALMEIRA DOS ÍNDIOS	AL
7.	IFAM	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAZONAS	MANAUS	AM
8.	UEA	UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS	MANAUS	AM
9.	UFAM	UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS	ITACOATIARA	AM
10.	IFAP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO AMAPÁ	MACAPÁ	AP
11.	UEAP	UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAPÁ	MACAPÁ	AP
12.	UNIFAP	UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ	AMAPÁ	AP
13.	UNIFAP	UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ	MACAPÁ	AP
14.	IFBA	INSTITUTO FEDERAL DA BAHIA	SALVADOR	BA
15.	UEFS	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA	FEIRA DE SANTANA	BA
16.	UESC	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ	ILHÉUS	BA
17.	UFBA	UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA	BARREIRAS	BA
18.	UFBA	UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA	SALVADOR	BA
19.	UFBA	UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA	SALVADOR	BA

20.	UFRB	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA	AMARGOSA	BA
21.	UFSB	UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL DA BAHIA	ITABUNA	BA
22.	UFSB	UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL DA BAHIA	PORTO SEGURO	BA
23.	UFSB	UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL DA BAHIA	TEIXEIRA DE FREITAS	BA
24.	UNEB	UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA	SALVADOR	BA
25.	UNEB	UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA	SALVADOR	BA
26.	UNIJORGE	CENTRO UNIVERSITÁRIO JORGE AMADO	SALVADOR	BA
27.	IFCE	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ	CEDRO	CE
28.	UFC	UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ	FORTALEZA	CE
29.	UFC	UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ	FORTALEZA	CE
30.	UNILAB	UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA AFRO- BRASILEIRA	REDENÇÃO	CE
31.	ESTÁCIO	CENTRO UNIVERSITÁRIO ESTÁCIO DE BRASÍLIA	BRASÍLIA	DF
32.	FACITEC	FACULDADE DE CIÊNCIAS SOCIAIS E TECNOLÓGICAS	TAGUATINGA	DF
33.	FAJESU	FACULDADE JESUS MARIA JOSÉ	BRASÍLIA	DF
34.	IFB	INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA	BRASÍLIA	DF
35.	UNB	UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA	BRASÍLIA	DF
36.	UCB	UNIVERSIDADE CATÓLICA DE BRASÍLIA	TAGUATINGA	DF
37.	CENTRO UNIVERSITÁRIO SÃO CAMILO	CENTRO UNIVERSITÁRIO SÃO CAMILO-ESPÍRITO SANTO	VITÓRIA	ES
38.	CEUNES	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO-CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO	SÃO MATEUS	ES
39.	FATE	ATENEU INSTITUIÇÕES DE ENSINO E PESQUISA LTDA	VILA VELHA	ES
40.	UFES	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO	VITÓRIA	ES
41.	IFG	INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS	GOIÂNIA	GO
42.	IFG	INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS	VALPARAÍSO	GO
43.	IFG	INSTITUTO FEDERAL GOIANO	URUTAÍ	GO

44.	UFG	UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS	JATAÍ	GO
45.	UCG	UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS	GOIÂNIA	GO
46.	UEG	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS	FORMOSA	GO
47.	UEG	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS	QUIRINÓPOLIS	GO
48.	UEG	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS	MORRINHOS	GO
49.	UFG	UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS	CATALÃO	GO
50.	IFMA	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO MARANHÃO	BURITICUPU	MA
51.	UEMA	UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO	SÃO LUÍS	MA
52.	UFMA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO	SÃO LUÍS	MA
53.	UNIFAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS	ALFENAS	MG
54.	CESEP	CENTRO SUPERIOR DE ENSINO E PESQUISA DE MACHADO	MACHADO	MG
55.	IFMG	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS GERAIS	FORMIGA	MG
56.	IFMG	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS GERAIS	SÃO JOÃO EVANGELISTA	MG
57.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	ALMENARA	MG
58.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	ARAÇUAÍ	MG
59.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	ARINOS	MG
60.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	MONTES CLAROS	MG
61.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	PIRAPORA	MG
62.	IFNMG	INTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS	SALINAS	MG
63.	IFNMG	INSTITUTO FEDERAL DO NORTE DE MINAS GERAIS - CAMPUS JANUÁRIA	JANUÁRIA	MG
64.	IFSUDEST EMG	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO SUDESTE DE MINAS GERAIS	RIO POMBA	MG
65.	IFSULDE MINAS	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E	INCONFIDENTES	MG

		TECNOLOGIA DO SUL DE MINAS GERAIS		
66.	IFSULDE MINAS	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO SUL DE MINAS GERAIS	POUSO ALEGRE	MG
67.	IFTM	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TRIÂNGULO MINEIRO	PARACATU	MG
68.	IFTM	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TRIÂNGULO MINEIRO	UBERABA	MG
69.	ISED	INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO	DIVINÓLOPIS	MG
70.	UEMG	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS	CARANGOLA	MG
71.	UEMG	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS	DIVINÓPOLIS	MG
72.	UEMG	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS	IBIRITÉ	MG
73.	UEMG	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS	PASSOS	MG
74.	UFJF	UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA	JUIZ DE FORA	MG
75.	UFLA	UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS	LAVRAS	MG
76.	UFMG	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS	BELO HORIZONTE	MG
77.	UFOP	UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO	OURO PRETO	MG
78.	UFSJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI	SÃO JOÃO DEL REI	MG
79.	UFSJ	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI	SÃO JOÃO DEL REI	MG
80.	UFU	UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	UBERLANDIA	MG
81.	UFU	UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	ITUIUTABA	MG
82.	UFU	UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA	UBERLÂNDIA	MG
83.	UFV	UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA	VIÇOSA	MG
84.	UFVJM	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI	DIAMANTINA	MG

85.	UFVJM	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI	TEÓFILO OTONI	MG
86.	UNIBH	CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BELO HORIZONTE	BELO HORIZONTE	MG
87.	UNIFEI	UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ	ITAJUBÁ	MG
88.	UEMS	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL	NOVA ANDRADINA	MS
89.	UEMS	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL	CASSILÂNDIA	MS
90.	UFGD	UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS	DOURADOS	MS
91.	UFMS	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL - CÂMPUS DO PANTANAL	CAMPO GRANDE	MS
92.	UFMS	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL	CAMPO GRANDE	MS
93.	UNIDERP	UNIVERSIDADE ANHANGUERA	CAMPO GRANDE	MS
94.	IFMT	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATO GROSSO	CUIABÁ	MT
95.	IFMT	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATO GROSSO	JUÍNA	MT
96.	IFMT	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATO GROSSO	CAMPO NOVO DOS PARECIS	MT
97.	UFMT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO ARAGUAIA	PONTAL DO ARAGUAIA	MT
98.	UNEMAT	UNEMAT	BARRA DO BUGRES	MT
99.	UFMT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	CUIABÁ	MT
100.	UFMT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	PONTAL DO ARAGUAIA	MT
101.	UFMT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	RONDONÓPOLIS	MT
102.	UFMT	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	SINOP	MT
103.	UNEMAT	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO	CÁCERES	MT
104.	UNEMAT	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO	SINOP	MT
105.	FAINTIPI	FACULDADES INTEGRADAS IPIRANGA	BELÉM	PA

106.	FII	FACULDADES INTEGRADAS IPIRANGA	BELÉM	PA
107.	IFPA	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARÁ	BELÉM	PA
108.	UFPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL	CASTANHAL	PA
109.	UEPA	UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ	BELÉM	PA
110.	UFOPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ	SANTARÉM	PA
111.	UFPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	ABAETETUBA	PA
112.	UFPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	BELÉM	PA
113.	UFPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	BELÉM	PA
114.	UFPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	MARABÁ	PA
115.	IFPB	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA	CAJAZEIRAS	PB
116.	UEPB	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA	CAMPINA GRANDE	PB
117.	UEPB	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA	PATOS	PB
118.	UEPB	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA	MONTEIRO	PB
119.	UFCG	UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE	CAMPINA GRANDE	PB
120.	UFPB	UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA	JOÃO PESSOA	PB
121.	UFPE	UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO	CARUARU	PB
122.	IFPE	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO	PESQUEIRA	PE
123.	IFPE	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO	RECIFE	PE
124.	UFPE	UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO	RECIFE	PE
125.	UPE	UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO	GARANHUNS	PE
126.	UPE	UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO	NAZARÉ DA MATA	PE
127.	UPE	UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO	PETROLINA	PE
128.	IFPI	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ	ANGICAL DO PIAUÍ	PI
129.	IFPI	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ	CAMPO MAIOR	PI

130.	IFPI	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ	SÃO RAIMUNDO NONATO	PI
131.	IFPI	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ	URUÇUI	PI
132.	UFPI	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ	PARNAÍBA	PI
133.	UFPI	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ DIURNO	TERESINA	PI
134.	UFPI	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ EAD	TERESINA	PI
135.	UTFPR	CAMPUS CURITIBA	CURITIBA	PR
136.	FAFIPA	FACULDADE ESTADUAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E LETRAS DE PARANAÍ	PARANAÍ	PR
137.	FAFIUV	FACULDADE ESTADUAL DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE UNIÃO DA VITÓRIA - CAMPUS DA UNESPAR	UNIÃO DA VITÓRIA	PR
138.	FECEA	FACULDADE ESTADUAL DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS DE APUCARANA	APUCARANA	PR
139.	FECILCAM	FACULDADE ESTADUAL DE CIÊNCIAS E LETRAS DE CAMPO MOURÃO	CAMPO MOURÃO	PR
140.	FURB	UNIVERSIDADE REGIONAL DE BLUMENAU	BLUMENAU	PR
141.	FURG	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE	CARREIROS	PR
142.	IFPR	CAMPUS CAPANEMA	CAPANEMA	PR
143.	UEL	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA	LONDRINA	PR
144.	UEM	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ	MARINGÁ	PR
145.	UENP	CAMPUS DE CORNÉLIO PROCÓPIO	JACAREZINHO	PR
146.	UENP	CAMPUS JACAREZINHO	JACAREZINHO	PR
147.	UFPR	CAMPUS CURITIBA	CURITIBA	PR
148.	UNESPAR	UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - CAMPUS APUCARANA	APUCARANA	PR
149.	UNICENTRO	CAMPUS DE IRATI	IRATI	PR
150.	UNICENTRO	SANTA CRUZ	GUARAPUAVA	PR
151.	UNICRUZ	UNIVERSIDADE DE CRUZ ALTA	CRUZ ALTA	PR
152.	UNILA	UNIVERSIDADE FEDERAL DA INTEGRAÇÃO LATINO-AMERICANA	FOZ DO IGUAÇU	PR
153.	UNIPAMPA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA - CAMPUS ITAQUI	ITAQUI	PR

154.	UNIVALE	FACULDADES INTEGRADAS DO VALE DO IVAÍ INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO - ISE	IVAIPORÃ	PR
155.	UNOPAR	UNIVERSIDADE NORTE DO PARANÁ	LONDRINA	PR
156.	UEPG	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA	PONTA GROSSA	PR
157.	UTFPR	UTFPR CÂMPUS TOLEDO	TOLEDO	PR
158.	ESTACIO	UNIVERSIDADE ESTÁCIO DE SÁ	RIO DE JANEIRO	RJ
159.	IFF	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE	CAMPOS DOS GOYTACAZES	RJ
160.	IFRJ	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO	NILÓPOLIS	RJ
161.	IFRJ	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO	VOLTA REDONDA	RJ
162.	UFF	UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE	RIO DE JANEIRO	RJ
163.	UFRRJ	UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	NOVA IGUAÇU	RJ
164.	UNIFESO	CENTRO UNIVERSITÁRIO SERRA DOS ÓRGÃOS	TERESÓPOLIS	RJ
165.	UNIRIO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO	RIO DE JANEIRO	RJ
166.	UNIRIO	UNIVERSIDADE DO RIO DE JANEIRO	RIO DE JANEIRO	RJ
167.	IFESP	INSTITUTO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR PRESIDENTE KENNEDY	NATAL	RN
168.	IFRN	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE	NATAL	RN
169.	IFRN	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE	SANTA CRUZ	RN
170.	IFRN	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE	MOSSORÓ	RN
171.	UERN	UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE	PATU	RN
172.	UFERSA	UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO	MOSSORÓ	RN
173.	UFRN	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	CAICÓ	RN

174.	UFRN	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	NATAL	RN
175.	UFRN)	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	NATAL	RN
176.	IFRO	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE RONDÔNIA	CACOAL	RO
177.	IFRO	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE RONDÔNIA	VILHENA	RO
178.	UNIR	UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA	PORTO VELHO	RO
179.	UNIR	UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA	JI-PARANÁ	RO
180.	IFRR	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA	BOA VISTA	RR
181.	UERR	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA	BOA VISTA	RR
182.	UFRR	UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA	BOA VISTA	RR
183.	IFFAR	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA FARROUPILHA - CAMPUS ALEGRETE	ALEGRETE	RS
184.	IFFAR	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FARROUPILHA - CAMPUS SANTA ROSA	SANTA ROSA	RS
185.	IFRS	CAMPUS IBIRUBÁ	IBIRUBÁ	RS
186.	IFRS	CAMPUS BENTO GONÇALVES	BENTO GONÇALVES	RS
187.	UFRGS	CAMPUS DO VALE	PORTO ALEGRE	RS
188.	UFSM	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - CAMPUS CAMOBI	SANTA MARIA	RS
189.	UFSM	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - CAMPUS CAMOBI	SANTA MARIA	RS
190.	ULBRA	UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL	CANOAS	RS
191.	URI	UNIVERSIDADE REGIONAL INTEGRADA DO ALTO URUGUAI E DAS MISSÕES - CAMPI DE ERECHIM	ERECHIM	RS
192.	IFC	INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE - CAMPUS RIO DO SUL	RIO DO SUL	SC
193.	IFC	INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE – CAMPUS AVANÇADO SOMBRIO	SOMBRIO	SC

194.	IFSC	CAMPUS CAMBORIÚ	CAMBORIÚ	SC
195.	UDESC	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - CAMPUS JOINVILLE	JOINVILLE	SC
196.	UFSC	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - CAMPUS DE BLUMENAU	BLUMENAU	SC
197.	UFSC	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA	FLORIANÓPOLIS	SC
198.	UNESC	UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE - FUNDAÇÃO EDUCACIONAL DE CRICIÚMA – FUCRI	CRICIÚMA	SC
199.	UNOCHAPECÓ	UNIVERSIDADE COMUNITÁRIA DA REGIÃO DE CHAPECÓ	CHAPECÓ	SC
200.	IFS	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SERGIPE	ARACAJU	SE
201.	UNIT	UNIVERSIDADE TIRADENTES	ARACAJU	SE
202.	FAER	FACULDADE ERNESTO RISCALI	OLÍMPIA	SP
203.	FFCL	FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE ITUVERAVA	ITUVERAVA	SP
204.	FIRP	FACULDADES INTEGRADAS DE RIBEIRÃO PIRES	RIBEIRÃO PIRES	SP
205.	FPD	FACULDADE PASCHOAL DANTAS	SÃO PAULO	SP
206.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO	BIRIGUI	SP
207.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	BRAGANÇA PAULISTA	SP
208.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	CAMPOS DO JORDÃO	SP
209.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	CARAGUATATUBA	SP
210.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	GUARULHOS	SP
211.	IFSP	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO	SÃO PAULO	SP
212.	IME	INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA DA USP	SÃO PAULO	SP
213.	PUC	PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO	SÃO PAULO	SP
214.	UFABC	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC	SANTO ANDRÉ	SP

215.	UFSCAR	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS	SÃO CARLOS	SP
216.	UFSCAR	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS	SOROCABA	SP
217.	UNESP	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO	ILHA SOLTEIRA	SP
218.	UNESP	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA	BAURU	SP
219.	UNESP	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA	GUARATINGUETÁ	SP
220.	UNESP	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA	ILHA SOLTEIRA	SP
221.	UNESP	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA	RIO CLARO	SP
222.	UNESP	CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE	PRESIDENTE PRUDENTE	SP
223.	UNESP	CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE	PRESIDENTE PRUDENTE	SP
224.	UNICID	UNIVERSIDADE CIDADE DE SÃO PAULO	TATUAPÉ	SP
225.	UNIESP	INSTITUTO EDUCACIONAL DO ESTADO DE SÃO PAULO	BIRIGUI	SP
226.	UNIFEB	CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FUNDAÇÃO EDUCACIONAL DE BARRETOS	BARRETOS	SP
227.	UNIFEOB	CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FUNDAÇÃO DE ENSINO OCTÁVIO BASTOS	SÃO JOÃO DA BOA VISTA	SP
228.	UNISAL	CENTRO UNIVERSITÁRIO SALESIANO DE SÃO PAULO	LORENA	SP
229.	UNISO	UNIVERSIDADE DE SOROCABA	SOROCABA	SP
230.	USP	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO	SÃO CARLOS	SP
231.	USP	PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO	SÃO PAULO	SP
232.	IFTO	INSTITUTO FEDERAL DO TOCANTINS	PALMAS	TO
233.	IFTO	INSTITUTO FEDERAL DO TOCANTINS	PARAÍSO DO TOCANTINS	TO
234.	UFTO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS	ARAGUAÍNA	TO
235.	UFTO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS	PALMAS	TO