



GOVERNO DO ESTADO DE MATO GROSSO  
SECRETARIA DO ESTADO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO  
“CARLOS ALBERTO REYS MALDONADO”  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM ENSINO  
DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPGECM



KARINA FONSECA BRAGAGNOLLO

**DISCUTINDO A MATEMÁTICA DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA  
ESPACIAL**

BARRA DO BUGRES – MT

2022

KARINA FONSECA BRAGAGNOLLO

**DISCUTINDO A MATEMÁTICA DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA  
ESPACIAL**

Dissertação Apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática – Nível Mestrado Acadêmico - Universidade do Estado de Mato Grosso “Carlos Alberto Reys Maldonado” - UNEMAT, linha de pesquisa Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. William Vieira Gonçalves

BARRA DO BUGRES – MT

2022

Walter Clayton de Oliveira CRB 1/2049

B813d	<p>BRAGAGNOLLO, Karina Fonseca. Discutindo a Matemática do Geogebra no Ensino de Geometria Espacial / Karina Fonseca Bragagnollo - Barra do Bugres, 2022. 102 f.; 30 cm. (ilustrações) Il. color. (sim)</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Dissertação/Mestrado) - Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Acadêmico) Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Barra do Bugres, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2022. Orientador: William Vieira Gonçalves</p> <p>1. Matemática do Geogebra. 2. Curso Online de Geogebra. 3. Geometria Espacial. I. Karina Fonseca Bragagnollo. II. Discutindo a Matemática do Geogebra no Ensino de Geometria Espacial: .</p> <p style="text-align: right;">CDU 51:37</p>
-------	---



Governo do Estado de Mato Grosso  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO

KARINA FONSECA BRAGAGNOLLO

## DISCUTINDO A MATEMÁTICA DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM - da Universidade do Estado de Mato Grosso CARLOS ALBERTO REYES MALDONADO, *Câmpus* Univ. Dep. Est. “Renê Barbours” – Barra do Bugres - MT, como requisito obrigatório para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 01 de junho de 2022.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. William Vieira Gonçalves (UNEMAT/PPGECM)  
Orientador

---

Profa. Dra. Minéia Cappellari Fagundes (UNEMAT/PPGECM)  
Examinadora Interna

Documento assinado digitalmente  
 SERGIO CARRAZEDO DANTAS  
Data: 30/06/2022 15:17:47-0300  
Verifique em <https://verificador.iti.br>

---

Prof. Dr. Sérgio Carrazedo Dantas (UNESPAR)  
Examinador Externo



Assinado com senha por WILLIAM VIEIRA GONCALVES - PROFESSOR UNEMAT LC 534/2014 / BBG-FACET - 04/07/2022 às 14:00:37 e MINEIA CAPPELLARI FAGUNDES - PROFESSOR UNEMAT LC 534/2014 / NVM-FACISAA - 05/07/2022 às 07:52:42.  
Documento Nº: 2895807-340 - consulta à autenticidade em  
<https://www.sigadoc.mt.gov.br/sigaex/public/app/autenticar?n=2895807-340>



UNEMATDIC:202246764

SIGA 

Dedico ao meu filho Pedro, que sentiu minhas  
ausências e minhas instabilidades, mas nunca saiu  
do meu lado, como uma rocha.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus que me deu forças para chegar até aqui.

Aos meus amados filhos Pedro e Heitor, vocês são os meus motivos de querer ser uma pessoa cada vez melhor.

À Dorvalino, meu amado esposo, pelo companheirismo nos dias difíceis, você é minha base sólida que sempre me dá segurança.

Ao meu querido amigo professor Dr. William Vieira Gonçalves, a quem sempre posso contar, que me orientou nesta pesquisa, e não poderia ser diferente, você acreditou e confiou, fez semente virar planta, e ainda verá florescer.

Às minhas amigas Daniele, Weslaine e Luana, por dividirem as dificuldades e compartilharem umas boas risadas, vocês fizeram mais leve essa jornada.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática por compartilharem sua sabedoria e por participarem de minha formação .

Aos professores Dr. Sérgio Carrazedo Dantas e Dr. Minéia Capellari Fagundes pelo tempo disponibilizado e pelas contribuições tão importantes a esse trabalho, vocês são uma inspiração para mim.

À Universidade do Estado de Mato Grosso “Carlos Alberto Reyes Maldonado”, em especial o Campus Universitário René Barbour de Barra do Bugres, e todos os profissionais que nela trabalham, por oportunizar essa formação de qualidade.

À Fundação de Amparo a Pesquisa do estado de Mato Grosso - FAPEMAT pelo apoio financeiro ao projeto Tecnologias Digitais para Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática: Composição, implementação e estudo de uma estrutura tecnológica com base no *GeoGebra*, ambiente *Moodle* e o Conceito de Interação colaborativa ao qual me orgulho em participar.

Agradeço especialmente à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) pelo apoio às universidades e pela expansão da pós-graduação stricto sensu em todo o país, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo fomento à pesquisa científica contribuindo com a formação de pesquisadores brasileiros.

*Obrigada!*

## **RESUMO**

Esta pesquisa tem por objetivo compreender as direções do trânsito entre modos de produção de significados matemáticos nas interações sobre geometria espacial dos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra. Fundamentada em Gonçalves (2016) que discute o transitar entre a Matemática do Matemático (MM), Matemática da Escola (ME) e propõe a Matemática do GeoGebra (MG). Buscando responder: Como ocorre o transitar entre a Matemática do Matemático, a Matemática da Escola, a Matemática do GeoGebra no ensino de geometria espacial? Para isso foram analisadas as produções de 137 cursistas da 17ª edição do curso online de GeoGebra realizado pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campus de Apucarana, relativas à geometria espacial. Realizamos um estudo qualitativo, descritivo e interpretativo, com o apoio do *software MAXQDA* no tratamento dos dados e utilizando os pressupostos da Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2016) para o cumprimento das etapas de imersão, categorização e análise dos dados. Chegamos a três categorias principais: a Matemática do GeoGebra como estratégia inicial; a Matemática do GeoGebra intermediando a Matemática do Matemático e a Matemática da Escola; e a Matemática do GeoGebra como estratégia final. Em nossa interpretação chegamos a uma compreensão de forma sintetizada sobre como um coletivo de professores pensam em atividades e produzem materiais para suas aulas com o GeoGebra.

**PALAVRAS-CHAVES:** Matemática do GeoGebra; Curso online de GeoGebra; Geometria espacial

## **ABSTRACT**

This research aims to understand the directions of transit between modes of production of mathematical meanings in the interactions on spatial geometry of the course participants of the 17th edition of the GeoGebra course. Based on Gonçalves (2016) which discusses the transition between Mathematics Mathematics (MM), School Mathematics (ME) and proposes GeoGebra Mathematics (MG). Seeking to answer: How does the transition between Mathematical Mathematics, School Mathematics, GeoGebra Mathematics occur in the teaching of spatial geometry? For this, the productions of 137 students of the 17th edition of the GeoGebra online course held by the State University of Paraná (UNESPAR), Apucarana Campus, related to spatial geometry were analyzed. We carried out a qualitative, descriptive and interpretive study, with the support of the MAXQDA software in data processing and using the assumptions of the Discursive Textual Analysis of Moraes and Galiazzi (2016) to comply with the stages of immersion, categorization and data analysis. We arrived at three main categories: GeoGebra Mathematics as an initial strategy; GeoGebra Mathematics intermediating Mathematician Mathematics and School Mathematics; and GeoGebra Mathematics as a final strategy. In our interpretation we arrived at a synthesized understanding of how a collective of teachers think about activities and produce materials for their classes with GeoGebra.

**KEYWORDS:** GeoGebra Mathematics; GeoGebra online course; Spatial geometry

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Janelas de visualização do GeoGebra.....	21
Figura 2: Interface inicial do GeoGebra.....	22
Figura 3: Destaque para o menu “Exibir”. .....	23
Figura 4: Exemplo de uma construção em 3D. ....	24
Figura 5: Página inicial de oGeoGebra.com.br .....	25
Figura 6: Canal no Youtube .....	26
Figura 7: Visão geral dos cursos .....	27
Figura 8: Curso de GeoGebra edição 17. ....	28
Figura 9: Postagem de um participante do curso de GeoGebra na 12º edição.....	33
Figura 10: Etapas da Análise Textual Discursiva de acordo com Moraes e Galiazzi (2016)... .....	36
Figura 11: Tarefa 3 da 16º edição do curso de GeoGebra .....	37
Figura 12: Postagem de um cursista na tarefa 3 da 16º edição do curso de GeoGebra. ....	38
Figura 13: Enunciado da tarefa 3 da 17º edição do curso de GeoGebra. ....	38
Figura 14: Itens do módulo 3 da 17º edição do curso de GeoGebra. ....	39
Figura 15: Material escrito sobre o módulo 3 da 17º edição do curso de GeoGebra. ....	40
Figura 16: Vídeo sobre as construções 3D no smartphone da 17º edição do curso de GeoGebra .....	41
Figura 17: Interação entre os participantes do curso.....	42
Figura 18: Interface do Software MAXQDA .....	43
Figura 19: Destaque para a extensão Web Collector do Software MAXQDA.....	44
Figura 20: Publicações que foram excluídas.....	45
Figura 21 : Código de identificação das postagens .....	48
Figura 22: Conjuntos .....	49
Figura 23: Exemplo de grifo das categorias .....	50
Figura 24: Primeira categorização.....	50
Figura 25: Categorias baseadas em Gonçalves (2016) .....	51
Figura 26: Categorias direções do trânsito da produção de significados matemáticos .....	52
Figura 27: Construção C135P1 .....	54
Figura 28: Print da construção C59P1.....	57
Figura 29: Print da construção C59P2.....	58
Figura 30: Print da construção C47P1.....	68
Figura 31: Print da postagem C124P1.....	71
Figura 32: Print da postagem C124P2.....	72
Figura 33: Print da construção C125P1.....	75
Figura 34: Print da construção C85P1.....	79
Figura 35: Print da construção C85P2.....	80
Figura 36: Print da construção C85P3.....	80
Figura 37: Print da construção C20P1.....	83
Figura 38: Print da construção C108P1.....	87
Figura 39: Print da construção C108P2.....	87
Figura 40: Print da construção C130P1.....	91
Figura 41: Print da construção C130P2.....	91
Figura 42: As três categorias finais .....	93

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Conteúdos abordados nos módulos da 17ª edição do curso.....	29
Quadro 2: Transcrição da publicação “arapuca de peixes”.....	45
Quadro 3: Transcrição da publicação “Pirâmide com base quadrangular”.....	46
Quadro 4: Transcrição da publicação “Relação volumétrica cilindro/cone” .....	46
Quadro 5: Texto da postagem C135.....	53
Quadro 6 : Resumos das aulas MG → ME.....	55
Quadro 7: Texto da postagem C59.....	56
Quadro 8 : Resumos das aulas MG → ME →MM.....	59
Quadro 9: Texto da postagem C80.....	60
Quadro 10 : Resumos das aulas MG → MM.....	62
Quadro 11: Texto da postagem C47.....	67
Quadro 12 : Resumos das aulas MG →MM→ ME.....	69
Quadro 13: Texto da postagem C124.....	70
Quadro 14: Resumos das aulas ME → MG.....	72
Quadro 15: Texto da postagem C125.....	74
Quadro 16 : Resumos das aulas ME → MM→ MG.....	75
Quadro 17: Texto da postagem C85.....	77
Quadro 18 : Resumos das aulas ME → MG → MM.....	81
Quadro 19: Texto da postagem C20.....	82
Quadro 20 : Resumos das aulas MM → MG.....	83
Quadro 21: Texto da postagem C108.....	86
Quadro 22: Resumos das aulas MM → ME → MG.....	88
Quadro 23: Texto da postagem C130.....	89
Quadro 24 : Resumos das aulas MM → MG → ME.....	92

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>2. O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOGEBRA</b> .....	16
<b>2.1 O SOFTWARE GEOGEBRA E SUA UTILIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA</b> 19	
<b>2.2 A COMUNIDADE ONLINE OGEOGEBRA E O CURSO DE GEOGEBRA</b> .....	25
<b>3. O TRANSITAR ENTRE OS MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS: A MATEMÁTICA DO MATEMÁTICO, MATEMÁTICA DA ESCOLA, E A MATEMÁTICA DO GEOGEBRA</b> .....	30
<b>4. OS CAMINHOS METODOLÓGICOS DESTA PESQUISA</b> .....	35
<b>5. DO PROCESSO DE COLETA DE DADOS À PRÉ – ANÁLISE: A UNITARIZAÇÃO</b> ....	44
<b>6. O PROCESSO DE CATEGORIZAÇÃO: A IMERSÃO NOS TEXTOS</b> .....	48
<b>7. ANÁLISE E DISCUSSÕES DAS CATEGORIAS</b> .....	53
<b>7.1 Da MG para a ME</b> .....	53
<b>7.2 Da MG para a ME e para a MM</b> .....	56
<b>7.3 Da MG para a MM</b> .....	60
<b>7.4 Da MG para a MM e para a ME</b> .....	67
<b>7.5 Da ME para a MG</b> .....	70
<b>7.6 Da ME para a MM e para a MG</b> .....	74
<b>7.7 Da ME para a MG e para a MM</b> .....	77
<b>7.8 Da MM para a MG</b> .....	82
<b>7.9 Da MM para a ME e para a MG</b> .....	86
<b>7.10 Da MM para MG e para a ME</b> .....	89
<b>8. RESULTADOS E INTERPRETAÇÕES</b> .....	93
<b>9. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	96
<b>10. REFERÊNCIAS</b> .....	99
<b>APÊNDICES</b> .....	102

## 1. INTRODUÇÃO

O estudo da geometria sempre me instigou. Estudar um conteúdo que surgiu das necessidades dos povos antigos de resolver seus problemas cotidianos como divisão de territórios e demarcação de terras para o plantio (BOYER,1996; EVES, 1997), e que ao mesmo tempo se mostra tão atual, tão presente em nossas vidas que as vezes passa até despercebido aos olhos, na nossa casa, nos móveis, nas construções em parques. O estudo da geometria nos permite conhecer o espaço e as formas que estão a nossa volta e com ela “é possível revelar a realidade que rodeia o aluno” (CHAVES, 2018, p. 10).

A geometria espacial por sua vez, tem um papel importante para essas compreensões. Ela nos revela a capacidade de imaginar um objeto em um espaço tridimensional, um objeto que representa o que pode ser tocado, um sólido. Lembro-me que desde pequena nunca tive dificuldades para a abstração que a geometria espacial necessita, ter uma imaginação fértil pode ter me ajudado. Recordo ainda que não entendia como era possível que alguns colegas tivessem tantas dificuldades em visualizar em suas mentes aqueles conhecimentos que para mim eram tão concretos.

O tempo passou e hoje, como professora de matemática, posso perceber que a assimilação das representações geométricas tridimensionais exige a abstração dos alunos, que não são tão simples quanto eram para mim, o que muitas vezes, geram dificuldades na aprendizagem (BORSOI, 2017; CHAVES, 2018). Muitos conceitos, também abstratos, precisam estar claros na mente de quem pretende compreender a geometria espacial. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial brasileiro que orienta o currículo do ensino de maneira geral (BRASIL, 2018), defende que o ensino de geometria especificamente, deve se preocupar com a compreensão do espaço a nossa volta, com o desenvolvimento dos conceitos e dos procedimentos que levam a essa compreensão.

Alguns conhecimentos são necessários para o desenvolvimento da capacidade de abstração e representação de um objeto matemático no espaço. Dentre essas habilidades estão alguns dos principais obstáculos que o ensino da geometria enfrenta, associados com dificuldades de formar uma imagem, interpretar, compreender e representar objetos tridimensionais (SANCHEZ, 2018).

Certamente é por motivos como estes que “o cenário da Educação Matemática vem sinalizando, nas últimas décadas, um crescente interesse pelos processos de ensino e aprendizagem em Geometria na Educação Básica” (BORSOI, 2016, p.21). As pesquisas de Borsoi (2016), Sanchez (2018), Bittarello (2018) e Bussolotto (2019) mostram que há alguns

anos pesquisadores vêm se preocupando em encontrar meios de ajudar os alunos a compreender melhor a geometria.

Estas pesquisas também apontam que o interesse em pesquisar temas relacionados ao ensino de geometria espacial pode estar vinculado a crescente oferta de recursos tecnológicos digitais que possibilitam a interação com o ensino da matemática, a “disponibilidade de novos *softwares* de geometria dinâmica que, aliados aos materiais manipuláveis, oferecem ambientes de aprendizagem mais interessantes, nos quais os alunos podem testar e experimentar” (BORSOI, 2016, p.21). Assim, esses recursos estão se tornando grandes aliados ao ensino da geometria espacial.

A visualização de diferentes ângulos e a manipulação de objetos tridimensionais proporcionados pelos *softwares* de geometria dinâmica merecem destaque, possibilitando a exploração e a formação de conjecturas (BORSOI, 2017). E, dentro de várias opções de *softwares* que possibilitam a interação com o ensino de matemática e em especial da geometria espacial, o *software* que tem ganhado a nossa atenção nos últimos anos é o GeoGebra. O *software* GeoGebra “possibilita que as construções geométricas sejam dinâmicas, mas que ao mesmo tempo mantenham as propriedades matemáticas pertencentes à figura construída” (BUSSOLOTTO, 2019, p. 26). Suas constantes atualizações e a riqueza de recursos que este *software* proporciona, mantém o GeoGebra como preferência nas nossas investigações.

Silva e Honorato (2018, P.339) argumentam que o *software* GeoGebra é, provavelmente, o maior sucesso tecnológico da Educação Matemática na atualidade. Bortolossi (2016) afirma que o GeoGebra é um dos *softwares* gratuitos mais utilizados atualmente em cursos de formação de professores.

Em conformidade, cada vez mais educadores em processo de formação tanto inicial quanto continuada buscam se qualificar para utilizar recursos tecnológicos em sala de aula, em especial o GeoGebra. Buscando atender a essa necessidade um grupo voluntário de professores colaboradores mantiveram uma continuidade a um curso<sup>1</sup> online de capacitação de GeoGebra desde 2012. Pensado para a formação de professores de matemática, destinado para estudantes e professores atuantes na educação básica e no ensino superior. O curso acontece por uma parceria entre a Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) e o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso – FAPEMAT e enquanto esta pesquisa foi escrita aconteceram a 18<sup>o</sup> e 19<sup>a</sup> edição do curso, contando com a colaboração de

---

<sup>1</sup> Mais informações em <https://oGeoGebra.com.br/site>

mais de 100 professores voluntários de diversos estados do país. “O objetivo do curso é possibilitar a produção de conhecimentos sobre o *software* e fomentar discussões tematizando a Educação Matemática” (DANTAS; LINS, 2017, p. 4). O curso é dividido em módulos temáticos (geralmente 8), e em cada um deles o cursista dispõe de videoaulas, textos complementares e espaços de discussões para seu estudo e deve realizar as tarefas propostas que geralmente são voltadas para a produção com o software e para a utilização do mesmo em aulas de matemática, e que deverão ser compartilhadas e discutidas em fóruns no ambiente *Moodle*.

A interação nos fóruns das tarefas possibilita a produção de conhecimentos sobre o GeoGebra bem como a colaboração entre os cursistas, conceito denominado por Dantas como interação colaborativa (DANTAS, 2016). O curso de GeoGebra apresenta uma procura muito grande, principalmente por professores de matemática. Essa procura indica uma mobilização dos professores de matemática em busca de qualificação sobre o *software* e de melhorias de suas práticas.

A minha participação inicialmente como aluna e posteriormente como professora nas edições do curso de GeoGebra junto a equipe do sítio oGeoGebra.com.br, possibilitou enxergar neste curso um ambiente muito rico para as pesquisas em ensino de matemática. Entendemos que o mesmo possibilita a interação e a colaboração dos participantes principalmente durante a realização das atividades do curso (DANTAS, 2016).

Reconhecendo que essa interação proporciona a troca de conhecimentos sobre o ensino de matemática com o GeoGebra, e que “professores de matemática que usam o GeoGebra, transitam pela Matemática do Matemático (MM), a Matemática da Escola (ME) e a Matemática do GeoGebra (MG)” (GONÇALVES, 2016, p. 32) a pergunta que foi levantada e que pretendemos responder é: Como ocorre o transitar entre a Matemática do Matemático, a Matemática da Escola, a Matemática do GeoGebra no ensino de geometria espacial? Dessa forma o nosso objetivo com essa pesquisa foi compreender as direções do trânsito entre modos de produção de significados matemáticos nas produções sobre geometria espacial dos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra. Para isso nos pautamos em Gonçalves (2016) que discorre sobre os modos de se produzir significados matemáticos e legitima o transitar entre a Matemática do Matemático (MM) Matemática da Escola (ME) e Matemática do GeoGebra (MG).

Perante as considerações explanadas, esta pesquisa se justifica por contribuir com o meio acadêmico no que tange às discussões e compreensões sobre os modos de produção de significados matemáticos com o GeoGebra no ensino de geometria espacial. Contribuir com

concepções sobre o ensino de geometria espacial com o GeoGebra. Além disso, irá colaborar com a elaboração da proposta de ensino e de atividades sobre geometria que poderão compor os cursos de matemática com o uso do *software* GeoGebra na formação inicial e continuada de professores de matemática. Visto que este é um dos objetivos do projeto de pesquisa ao qual esta pesquisa está vinculada, intitulado “Tecnologias Digitais para Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática: Composição, implementação e estudo de uma estrutura tecnológica com base no GeoGebra, ambiente *Moodle* e o Conceito de Interação colaborativa” (GONÇALVES *et al.*, 2016, p.01) institucionalizado pela Universidade do Estado de Mato Grosso “Carlos Alberto Reyes Maldonado” (UNEMAT), Campus Universitário Renê Barbours em Barra do Bugres – MT, aprovado mediante edital 042/2016 pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso (FAPEMAT) e coordenado pelo professor Dr. William Vieira Gonçalves, orientador deste trabalho de pesquisa.

Nos próximos tópicos ampliamos as discussões sobre o uso do *software* GeoGebra no ensino de geometria espacial apresentando algumas concepções de autores que corroboram com nossas compreensões, apresentamos o curso de GeoGebra que é a fonte de dados para nossa pesquisa, descrevendo suas características e sobre como o curso pode contribuir para essa capacitação sobre os aspectos técnicos do GeoGebra na formação de professores de matemática. E para finalizar a seção teórica apresentamos o transitar entre os modos de produção de significados matemáticos defendidos por Gonçalves (2016) que serviram de suporte para nossa análise. Na sequência mostramos o caminho metodológico percorrido nesta pesquisa, o processo de coleta de dados, a categorização, análise, resultados e considerações finais.

## 2. O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOGEBRA

A geometria começa a existir assim como as outras vertentes da matemática, com as primeiras preocupações do homem em relação às suas necessidades “sendo possível identificar que as formas geométricas foram importantes no processo de evolução do ser humano, permitindo a constituição de inúmeros instrumentos que contribuíram para o domínio da natureza e a facilitação de atividades do cotidiano” (NOVAK; PASSOS, p.11, 2012).

A preocupação em lidar com as formas e o espaço fez com que ela fosse evoluindo visto que “os conhecimentos acerca de geometria são amplamente úteis, e, ainda, que estão relacionados a outros componentes escolares e ao desenvolvimento de diferentes habilidades e conhecimentos, para que haja uma melhor compreensão de mundo” (SANCHEZ, 2018, p.26). O mesmo se aplica para a geometria espacial, a noção do espaço, o conhecimento das formas geométricas tridimensionais desenvolve diferentes habilidades cognitivas.

Bussolotto (2019, p.25) afirma que “pensar em geometria espacial é remeter-se à visualização e à manipulação dos elementos geométricos espaciais. Porém compreender o objeto espacial leva também à compreensão dos elementos que o constituem, estabelecendo relações entre eles” (BUSSOLOTTO, 2019, p.25). A aprendizagem da geometria espacial implica em compreender conceitos, desenvolver abstrações e interpretar informações e não apenas aplicar fórmulas. De acordo com Borsoi há uma inversão desses conceitos pois:

[...] o que temos observado é uma disposição do professor em centrar sua prática na valorização da aplicação de fórmulas e não no estudo dos elementos e propriedades dos objetos tridimensionais. Desta forma, os alunos passam a associar a Geometria a estas fórmulas, e, na maioria das vezes, não conseguem relacionar conceitos, identificar elementos ou interpretar/construir representações de um sólido. (BORSOI, 2016, p.15)

Nessa mesma linha, Sanchez (2018), observou que a aprendizagem de geometria apresenta algumas carências, como baixo desempenho, dificuldade na visualização e na representação geométrica e de objetos tridimensionais, dificuldades na resolução de problemas como cálculo de volume, cálculo da área de superfície e na compreensão das relações entre os elementos dos sólidos (SANCHEZ, 2018, p.13). Em sua dissertação de mestrado fez um mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre a geometria espacial entre o período de 2007 a 2017. A autora usou como base de dados o Banco de Teses e Dissertações da CAPES para selecionar produções acadêmicas relacionadas ao ensino de geometria espacial, selecionando 11 dissertações de mestrados acadêmicos e 3 teses de doutorado.

Para sua análise Sanchez (2018) classificou as pesquisas encontradas em três eixos:

Utilização de jogos, materiais manipulativos e outros recursos didáticos não digitais; Utilização de recursos de tecnologia da informação e comunicação (TIC); e Estratégias para o ensino de Geometria Espacial.

Os temas desenvolvidos nas pesquisas selecionadas foram: geometria métrica, poliedros regulares, prismas (base triangular e quadrangular), pirâmides, cilindros, cones e esferas, incluindo os elementos destes sólidos, área de superfície, planificação de superfícies e o cálculo da medida de volume. Segundo a autora o currículo deste conteúdo, não mudou ao longo do período estudado:

As pesquisas revisitadas mostram que os principais problemas enfrentados pelo ensino de geometria estejam associados à visualização, interpretação e representação de objetos tridimensionais, motivo este que justifica o grande número de pesquisa aplicada com alunos do ensino médio em atividades de resolução de problemas. (SANCHEZ, 2018, p.81)

De acordo com a pesquisa de Sanchez (2018) inferimos que parte dessa dificuldade pode acontecer devido a deficiências de aprendizagem do conteúdo de geometria espacial no ensino fundamental, seja por não compreender os conceitos e não desenvolver a capacidade de abstração que este conteúdo necessita, ou seja por não ter visto este conteúdo com o devido rigor nas séries anteriores.

Mesmo assim os resultados da pesquisa de Sanchez (2018) mostraram uma tendência de mudança nas estratégias de ensino decorrente do uso de tecnologias digitais. Entre outras possibilidades ela destaca que o GeoGebra, “permite trabalhar com construções geométricas de forma dinâmica e favorece diferentes perspectivas para o estudo dos objetos relacionados à Geometria Espacial e as demais áreas de Matemática” (SANCHEZ, 2018, p.41) se mostrando um recurso valioso para o ensino deste conteúdo.

No mesmo sentido Borsoi (2016) identificando a dificuldade dos alunos e conhecendo as potencialidades do GeoGebra para o ensino da geometria espacial apresentou em sua pesquisa uma sequência didática com o objetivo de “investigar o potencial do uso do GeoGebra 3D no desenvolvimento de habilidades espaciais” (BORSOI, 2016, p.15) buscando, então, que sua sequência didática fosse capaz de provocar o desenvolvimento de habilidades voltadas para a geometria espacial, valendo-se da capacidade de representação que se tem no *software*. A autora conclui que foi possível identificar o progresso dos alunos quanto ao desenvolvimento de habilidades para visualização espacial.

Ambientes de geometria dinâmica permitem ao aluno maior autonomia para fazer construções e exercer a tomada de decisão na escolha de ferramentas que possibilitam os resultados desejados. Trata-se da experimentação, exploração e análise das propriedades que constituem um objeto geométrico, que estimulam a visualização de novas relações entre conceitos e favorecem a formulação de conjecturas (BORSOI, 2016, p.22).

A variedade de recursos e a dinamicidade que o *software* proporciona corroboram com os aspectos de visualização e de compreensão do espaço tridimensional. A mesma autora defende que “ao interagir com o *software*, além de perceber os conceitos matemáticos envolvidos, o aluno terá a oportunidade de realizar construções que se tornariam impossíveis de serem executadas com lápis e papel de forma tão precisa, rápida e dinâmica” (BORSOI, 2016, p.23).

Objetos estáticos podem ser movimentados e suas vistas podem ser exploradas, isto é, a visualização de um objeto tridimensional num *software* como o GeoGebra colabora com o desenvolvimento da capacidade de abstração dos alunos. Para Gonçalves (2016, p.39) “há uma clara indicação de que visualizar fatos matemáticos podem induzir os estudantes a desenvolver sua capacidade de abstração”. Sobre essa característica, concordamos com Bittarello (2018) quando

Considera-se como outra contribuição a visualização e a percepção espacial relacionadas ao uso do *software*, que possibilita a construção de diversas formas espaciais e planas, como diferenciais na exploração de sólidos geométricos, por ser um *software* de geometria dinâmica as construções feitas nele não se deformam e isso ajuda a entender melhor as propriedades dos sólidos geométricos (BITTARELLO, 2018, p. 55).

Conhecer o espaço tridimensional e suas características, conhecer uma figura espacial e saber diferenciá-la de uma figura plana são algumas das habilidades que podem ser estimuladas com o GeoGebra, visto que “o ensino da geometria espacial é responsável por desenvolver conceitos geométricos fundamentais para o desenvolvimento cognitivo” (BORSOI, 2016, p.12) e como o *software* possibilita a visualização por diferentes ângulos, a manipulação do objeto explorando suas características como por exemplo, a altura e o volume de um sólido, levando os alunos a “a inserir-se em um movimento de modelar matematicamente situações problemas, estabelecer conjecturas, testá-las e formalizar adequada e matematicamente a construção de seus conhecimentos.” (GONÇALVES, 2016 , P. 39.) Seu uso permite o desenvolvimento da percepção espacial, pois

com a manipulação dos comandos do GeoGebra, observou-se também progresso no desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, estabelecendo relações entre as formas geométricas estudadas. É possível que essa habilidade deva-se ao fato de os estudantes estarem interagindo com as construções geométricas, em diferentes campos, como o algébrico, o plano e o espacial ao mesmo tempo, característica das janelas de visualização do *software* (BITTARELLO, 2018, p. 56).

O desenvolvimento da abstração e da percepção espacial na aprendizagem da geometria espacial é importante para o desenvolvimento das noções de distância, espaço e tamanho, e a integração das diferentes janelas de visualização do *software* propicia uma

exploração bidimensional, tridimensional e algébrica ao mesmo tempo. Devido a essas características há alguns anos o nosso interesse tem se voltado em estudar e utilizar o GeoGebra no ensino de matemática. Conhecendo seus recursos e as possibilidades que o mesmo proporciona o elencamos como um recurso potencial e apropriado para o uso no ensino da geometria espacial.

## **2.1 O SOFTWARE GEOGEBRA E SUA UTILIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Estamos rodeados de tecnologia, seja ela digital ou não, quase tudo a nossa volta foi construído pelo ser humano para gerar alguma melhoria da qualidade da vida. Consideramos que “é praticamente impossível negar ou omitir a forma como as novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC’s) vêm transformando a sociedade, as relações e a própria forma de pensar e agir do ser humano” (BORSOI, 2016, p.13). E a educação não está isenta a este processo, pois cada vez mais o uso das tecnologias digitais vem se mostrando presente, útil e necessário para o avanço da educação.

Principalmente nas últimas décadas, percebe-se um avanço no uso destas novas tecnologias no panorama educacional, não apenas por este novo perfil de sociedade, altamente tecnológica, mas principalmente pelo seu valioso potencial na construção do conhecimento. A tecnologia, quando utilizada de forma correta, traz uma nova configuração para a sala de aula, transformando-a em um espaço de construção de conceitos e de exploração de argumentos e hipóteses (BORSOI, 2016, p.13).

Não vemos a tecnologia digital apenas como um recurso para motivar as aulas, mas sim como um instrumento que permite a emancipação do aluno quanto a sua aprendizagem, podendo promover a construção dos seus conhecimentos e com isso tornando-se um meio de propiciar a inclusão social do aluno em uma sociedade que exige cada vez mais conhecimento técnico e tecnológico e principalmente autonomia em seus processos de produção conhecimento.

Sanchez (2018) descreveu que, a partir de um mapeamento da literatura sobre o ensino de geometria espacial, as pesquisas de educação matemática que investigam temas relacionados com as tecnologias digitais têm aumentado. Notando que “uma gama considerável dos trabalhos desenvolvidos ao longo dos últimos anos, estão sendo desenvolvidos utilizando algum recurso tecnológico, laboratórios de computação, *softwares* de geometria dinâmica, lousa digital, atividades na *web*, aplicativos de celular” (SANCHEZ, 2018, p.80).

O desenvolvimento de tecnologias digitais direcionadas à educação também acompanha esse crescente interesse, a atualização de recursos ou a criação de novas ferramentas são características desse movimento (BUSSOLOTTO, 2019, p.26).

Scheffer (2012) considera que os *softwares* educacionais permitem o desenvolvimento de habilidades e de produção de conhecimentos devido à suas interfaces propícias à investigação e destaca sua praticidade, principalmente porque muitos destes *softwares* são de acesso gratuito.

Dentre as opções disponíveis, o *software* GeoGebra<sup>2</sup> tem se destacado (GONÇALVES, 2016; BORTOLOSSI, 2016; SANCHEZ 2018) a alguns anos por sua funcionalidade no ensino de matemática. Foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em sua dissertação de mestrado no ano de 2001 e em 2002 foi disponibilizado ao público, possui o código aberto e está disponível gratuitamente para usuários não comerciais.

Elencamos a seguir diversos motivos que corroboram para que nosso interesse em estudar e utilizar este *software* se mantenha há alguns anos e o faz ser um dos objetos de estudo desta pesquisa.

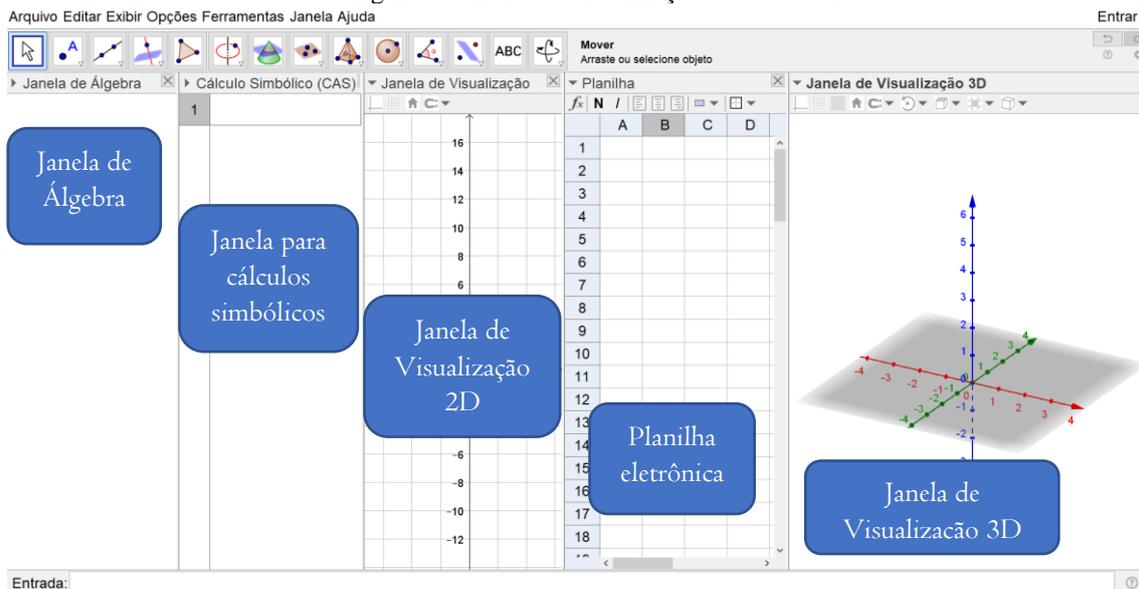
O *software* GeoGebra reúne recursos de matemática dinâmica que permitem “seu uso em diversas áreas da matemática, programação, criação de jogos, aplicações em áreas artísticas, engenharias e estatística” (BRAGAGNOLLO, 2018) e possibilita seu uso para todos os níveis de ensino. O *software* possui “funcionalidades específicas para: geometria bi e tridimensional; álgebra elementar e linear; gráficos cartesianos, polares e isométricos; probabilidade; estatística e matemática financeira, em um único pacote” (GONÇALVES, 2016, p. 35)

Sua interface intuitiva permite o acesso em diferentes janelas como mostra a Figura 1, conforme descrevem Boruch e Scaldelai (2016, p.488) possibilitando a criação de diferentes objetos de duas ou três dimensões, realização de cálculos numéricos, algébricos e estatísticos, e possibilitando a interação entre diferentes representações de um mesmo objeto (BORTOLOSSI, 2016).

---

<sup>2</sup> Pode ser acessado em <http://www.GeoGebra.org>

Figura 1: Janelas de visualização do GeoGebra



Fonte: a autora

Ao todo possui seis interfaces visuais “duas janelas de visualização 2D, uma janela de visualização 3D, uma janela de visualização de representações algébricas, uma janela com planilha eletrônica e uma janela para cálculos simbólicos chamada de CAS” (GONÇALVES, 2016, p.35).

Tornando-se uma ferramenta para a criação de materiais didáticos e um recurso poderoso para o ensino de matemática pois:

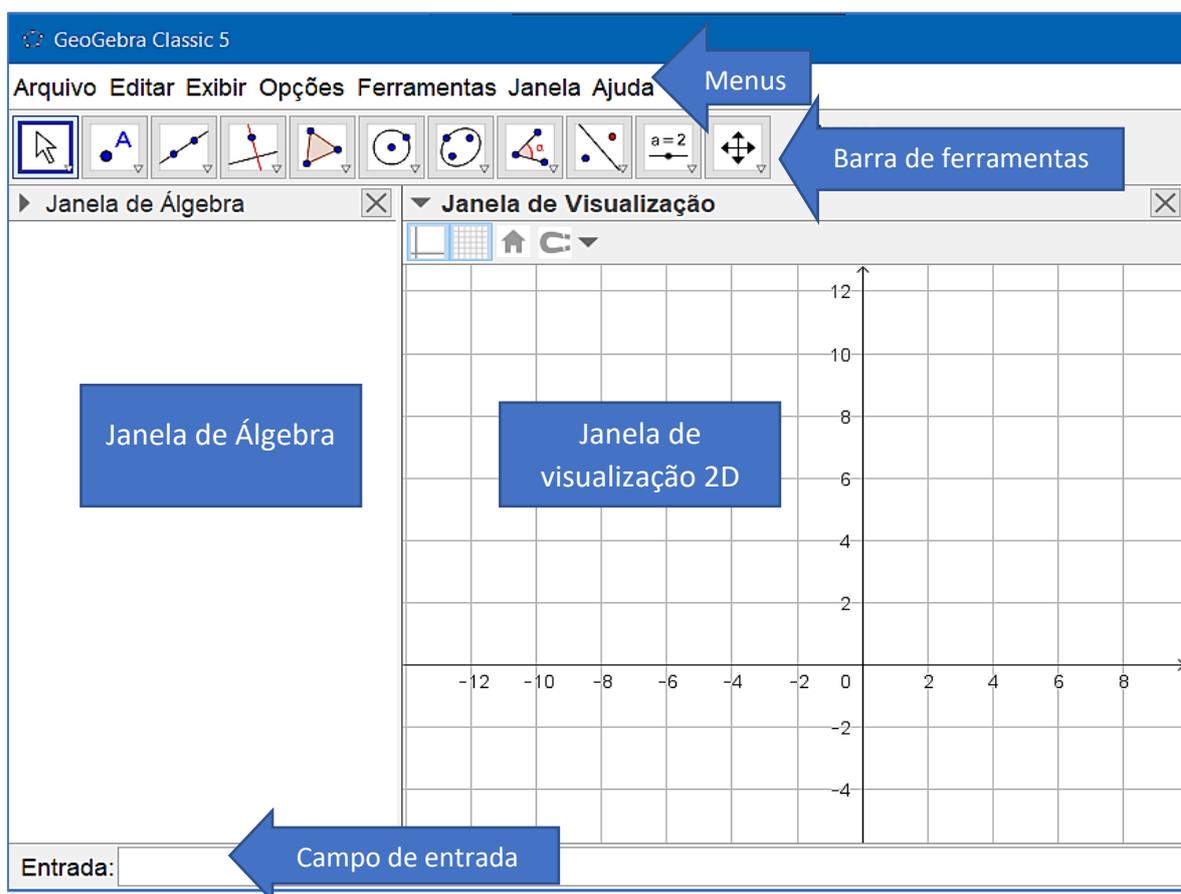
Outros *softwares*, geralmente classificados como de Geometria Dinâmica, permitem apenas criar objetos e representações a partir de processos e ferramentas que simulam construções com régua e compasso e em alguns casos apresentam a visualização da representação algébrica correspondente. No GeoGebra, além destas possibilidades, o usuário pode criar e modificar objetos através da interação direta sobre ambas. Também é possível criar e interagir a partir de entradas na forma de comandos; e estes, são desenvolvidos com aproximações de sua sintaxe com a notação matemática usual aos ambientes científicos e escolares. (GONÇALVES, 2016, p. 35)

Com destaque para a interação entre duas ou mais janelas, permitindo que o usuário veja aspectos de uma construção em diferentes perspectivas matemáticas. Para o conteúdo estudado neste trabalho que é, especificamente, o ensino de geometria espacial concordamos com Bussolotto (2019) ao defender que este *software*

mostra-se uma ferramenta que relaciona os conceitos matemáticos inerentes à Geometria a explorações, manipulações e visualizações, sejam elas planas ou espaciais. Este recurso, considerado um ambiente de matemática dinâmica, proporciona a dinamicidade das construções, exigindo que as propriedades geométricas das figuras construídas se mantenham. (BUSSOLOTTO, 2019, p.14)

Depois de instalar o GeoGebra a *interface* inicial do *software*<sup>3</sup> apresenta a janela de álgebra e a janela de visualização da maneira que estão na Figura 2. Essas configurações podem ser alteradas pelo usuário para que outras janelas estejam exibidas ou ocultas ao iniciar o *software*.

Figura 2: *interface* inicial do GeoGebra

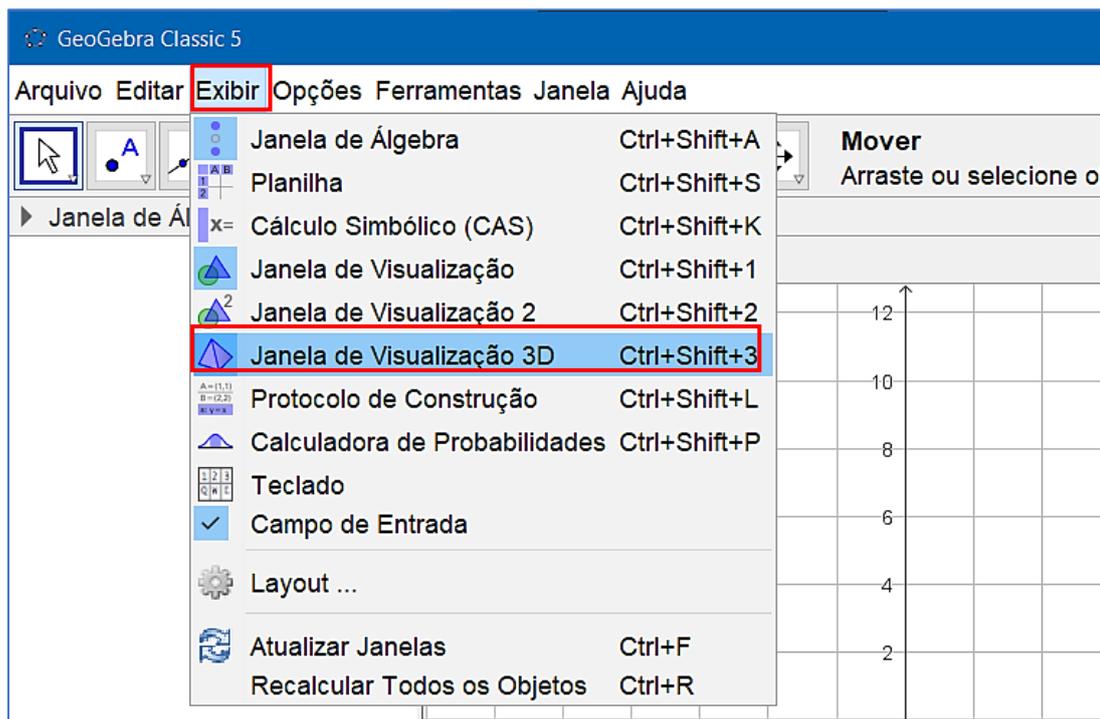


Fonte: a autora

As construções de objetos tridimensionais acontecem na maioria das vezes em uma integração entre a janela de visualização 2D e a janela de visualização 3D, ressaltando que isto não é uma regra, pois como explanado anteriormente, é possível a integração de uma ou mais janelas para a construção e visualização dos objetos. Para visualizar a janela 3D é preciso acessar o menu **Exibir** e selecionar a **Janela de Visualização 3D**, como mostra a Figura 3:

<sup>3</sup> Utilizando o GeoGebra Clássico 5, versão 5.0.720.0

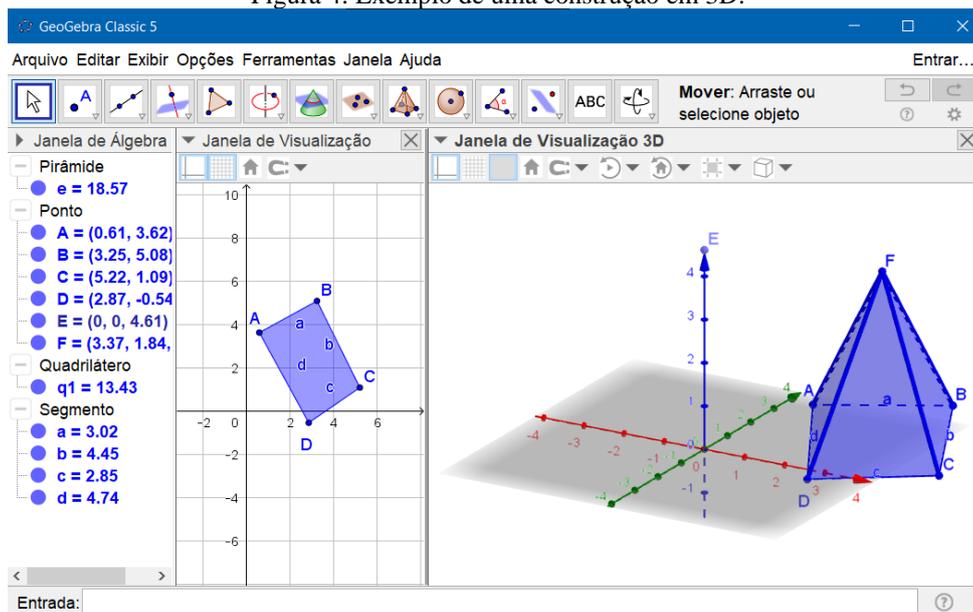
Figura 3: Destaque para o menu “Exibir”.



Fonte: a autora

Ao selecionar a janela de visualização 3D uma nova barra de ferramentas é exibida, com recursos que só podem ser utilizados para construções específicas desta janela. Além das ferramentas que aparecem na janela de visualização que permitem construir pontos, interseções, retas, lugares geométricos, transformações geométricas, polígonos, círculos, arcos e cônicas, a janela 3D disponibiliza as ferramentas interseção de duas superfícies, planos, pirâmides, prismas, planificações, cones, cilindros e esferas. A Figura 4 mostra um exemplo de uma construção de uma pirâmide, integrando diferentes janelas de visualização.

Figura 4: Exemplo de uma construção em 3D.



Fonte: a autora

Para criar esta pirâmide foram usados passos relativamente rápidos, com a ferramenta polígono selecionada clicamos sobre quatro pontos na janela de visualização formando o quadrilátero e em seguida clicando na janela 3D para ativar a barra de ferramentas e, na ferramenta pirâmide, selecionamos o quadrilátero e uma altura qualquer, gerando assim a pirâmide. Observando esses passos percebemos como o GeoGebra possibilita uma relação diferente com o objeto estudado daquela feita com lápis e papel, vemos que

Ele permite uma nova forma de se pensar o processo de aprender, pois possibilita uma relação mais próxima entre o aluno e o objeto de estudo; ele favorece a autonomia do aluno e coloca-o como um ativo aprendiz. Tal recurso pode tornar-se um forte aliado na superação de dificuldades que se apresentam nos processos de ensino e aprendizagem - objetos que antes eram tratados com auxílio apenas de um desenho estático, podem agora ser manipulados na tela do computador, e isto ajuda na compreensão de suas propriedades. (BORSOI, 2016, p.13)

Como vemos na Figura 4, pode-se visualizar e interagir com 3 tipos de informação simultaneamente, a visualização do objeto em 3D, uma perspectiva da visualização 2D e uma relação algébrica, essas duas que também podem ser exploradas em uma situação de ensino da geometria espacial. Mas de certa forma, essa exploração exige alguns conhecimentos de aspectos técnicos, por exemplo, na figura 4, podemos ver na janela de álgebra o objeto “Pirâmide  $e = 18,57$ ” e “Quadrilátero  $q1 = 13,43$ ” estes valores se referem ao volume da pirâmide e à área do quadrilátero, respectivamente. Apesar de existir uma ferramenta específica para visualizar esses valores, essa é uma resposta automática da janela de álgebra ao se construir qualquer objeto, gerando uma visualização imediata.

## 2.2 A COMUNIDADE ONLINE OGEOGEBRA E O CURSO DE GEOGEBRA

A ideia de um ambiente virtual de aprendizagem sobre o *software* GeoGebra em que o professor não fosse a fonte exclusiva de informações e que todos os envolvidos pudessem compartilhar suas ideias e criações, possibilitando dessa forma uma aprendizagem colaborativa entre participantes e professores participantes foi o que motivou a comunidade *oGeoGebra*<sup>4</sup> a disponibilizar constantemente um amplo aparato de conteúdo sobre o GeoGebra. A página inicial do sítio pode ser vista na Figura 5:

Figura 5: Página inicial de oGeoGebra.com.br

www.  
**ogeogebra**  
.com.br

**youtube.com/ogeogebra**

Acesse, comente, compartilhe...  
Apoie esse projeto.

**Resolução de problemas no GeoGebra**

**É possível resolver problemas no GeoGebra?!**

Sim, é... Há recursos muito interessantes no programa que nos permitem ir além dos clássicos cálculos algébricos. [Clique aqui](#) e veja alguns exemplos em uma playlist que preparamos.

**Que tal pensarmos juntos?**

Acesse nosso grupo do Facebook e converse com mais de 8000 usuários do GeoGebra!

[acessar grupo](#)

**Certificado da 17ª edição**

Clique aqui e emita seu certificado da 17ª edição do Curso de GeoGebra. Emita também de edições anteriores...

[clique aqui](#)

**Suas perguntas** **Nossas respostas**

**Fale conosco**

Acesse o link abaixo para enviar sua mensagem para nossos professores.

[enviar mensagem](#)

**GeoGebra em vídeos...**

**Tire suas dúvidas...**

[Clique aqui](#) para acessar vídeos sobre o GeoGebra.

**Respostas em vídeos a perguntas frequentes.**

Se você tiver alguma pergunta, acesse o fale conosco e envie para nós. Poderemos fazer um vídeo para respondê-la.

[acessar](#)

Fonte: Print de tela

O sítio oGeoGebra.com.br reúne conteúdos de diversas naturezas sobre aspectos técnicos do *software* e sobre sua utilização como recurso didático. Disponibiliza de maneira gratuita vídeos, tutoriais, exemplos de utilização do GeoGebra bem como todos os vídeos e o material escrito do curso que é descrito com mais detalhes logo a frente. A

<sup>4</sup> O link para o site do curso <https://oGeoGebra.com.br/>

comunidade *oGeoGebra* ainda possui um grupo público de discussão no *Facebook*<sup>5</sup> que em abril de 2022 possuía 11,4 mil membros. Todos os vídeos do curso de GeoGebra também estão disponíveis no canal do Youtube<sup>6</sup> O GeoGebra:

Figura 6: Canal no Youtube



Fonte: Print de tela

Em abril de 2022 o canal estava com 11,6 mil inscritos e além dos vídeos do curso são disponibilizados vídeos com diversos conteúdos sobre o GeoGebra, como palestras, resolução de problemas com o GeoGebra, utilização do GeoGebra no celular, aspectos técnicos do *software* e muito mais.

Segundo Dantas (2016, p.25) o curso de GeoGebra acontece desde 2012 após a realização de uma oficina oferecida durante o Gestar II, um programa de formação de professores, coordenado pelo professor Dr. Romulo Campos Lins. Com o sucesso da oficina e pedidos de mais cursos como aquele a equipe decidiu continuar oferecendo uma formação como aquela. “Surge assim o curso de GeoGebra, chamado inicialmente de Ensinando Matemática com o GeoGebra” (DANTAS. 2016, p. 26). O curso de GeoGebra passou a ser chamado assim na segunda edição:

[...] nos concentramos em apresentar formas de utilização do GeoGebra, por meio de novas videoaulas, tendo por base a resolução de problemas de Matemática e construções relacionadas ao conteúdo curricular de Matemática do 2º e 3º Ciclo da Educação Básica. Essa nova edição foi organizada em dez módulos semanais e, em cada um deles, os cursistas tinham acesso a três videoaulas com duração média de quinze minutos. (DANTAS. 2016, p. 27)

<sup>5</sup> O link para o grupo no Facebook: <https://www.facebook.com/groups/ogegebra/>

<sup>6</sup> O link para o canal do curso no Youtube: <https://www.youtube.com/oGeoGebra>

A cada novo curso eram avaliadas as sugestões dos participantes nos *fóruns* e nos *formulários de avaliação* do curso, resultando em melhorias para novas edições.

O resultado do trabalho de avaliação após a 5ª edição culminou na construção de “uma estrutura formada por um *site* aberto ao público interessado na utilização do GeoGebra e um novo ambiente de aprendizagem *online*” (p.33) quando o ambiente deu origem à comunidade *online oGeoGebra*. O curso *online* de GeoGebra tem como objetivo possibilitar a produção de conhecimentos técnicos sobre o *software*, incorporando conhecimentos específicos para seu uso, bem como aplicação e utilização do mesmo como recurso educacional, principalmente para o ensino e a aprendizagem de matemática.

Figura 7: Visão do ambiente virtual de aprendizagem dos cursos encerrados e em andamento.



The screenshot shows the website for ogeogebra.com.br. At the top left is the logo, which consists of a blue square with a white geometric shape inside, followed by the text "www. ogeogebra .com.br". Below the logo, the heading "Cursos disponíveis" is followed by four course listings. Each listing includes a title, a bulleted list of details, and a link to the course page.

**Curso de GeoGebra - 18ª edição**

- Curso de GeoGebra promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR - APUCARANA)
- Apoio: [Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso - FAPEMAT](#)
- Período de realização: **11 de fevereiro de 2021 à 11 de abril de 2021**

**Curso de GeoGebra Avançado - 1ª edição**

- Curso Avançado de GeoGebra promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR - APUCARANA)
- Nesta edição piloto, o curso foi voltado aos professores da equipe formadora.
- Apoio: [Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso - FAPEMAT](#)
- Período de realização: **26 de outubro de 2020 à 14 de dezembro de 2020**

**Curso de GeoGebra - 17ª edição**

- Curso de GeoGebra promovido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR - APUCARANA)
- Apoio: [Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso - FAPEMAT](#)
- Período de realização: **19 de março de 2020 à 17 de maio de 2020**

**Curso de GeoGebra - 16ª edição**

- Curso de GeoGebra promovido pela Universidade Estadual do Paraná

Fonte: Print de tela

Enquanto este texto era escrito, ocorreram a 18ª e 19ª edições. As edições 14, 15, 16, 17, 18 e 19 do curso aconteceram em parceria com a Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) e o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso –

FAPEMAT sendo que a 18ª contou com a colaboração de 104 professores voluntários<sup>7</sup> e a 19ª com 153 professores voluntários.

Nesta pesquisa investigamos as produções dos cursistas da 17ª edição do curso. O mesmo aconteceu no período de 19 de março de 2020 à 17 de maio de 2020 no ambiente virtual de aprendizagem da plataforma Moodle, como mostra a Figura 8:

Figura 8: Curso de GeoGebra edição 17.

The screenshot shows the Moodle interface for the course 'Curso de GeoGebra - 17ª edição'. On the left is a navigation menu with options like 'Participantes', 'Notas', and 'Introdução'. The main content area is divided into sections: 'Introdução' with a list of items like 'Apresentação do curso' and 'Como modificar os dados de usuário'; 'Módulo 1' with 'Quais são os materiais do curso?'; and 'Módulo 2' with a list of video lessons such as '1. Interface do GeoGebra e Construções iniciais - 8min 25s'. On the right, there are sidebars for 'Usuários Online' (showing 1 user), 'Tags' (listing terms like 'função', 'Sequência', 'Área'), and a search box for forums.

Fonte: Print de tela

O Curso é dividido em oito módulos semanais onde são disponibilizadas videoaulas, materiais escritos e uma tarefa. Na 17ª edição todos os módulos tinham vídeos com

<sup>7</sup> Os nomes dos professores bem como outras informações de apresentação podem ser acessados em <https://oGeoGebra.com.br/site/apresentacao.php>

orientações e avisos e um material escrito que abrange o conteúdo dos vídeos com mais detalhes. Os conteúdos abordados em cada módulo estão no Quadro 1:

Quadro 1: Conteúdos abordados nos módulos da 17ª edição do curso

Módulo 1	Linhas retas, perpendiculares, paralelas, bissetrizes e mediatrizes, interface do GeoGebra trazendo algumas construções iniciais, como criar uma conta no GeoGebra Tube e como fazer o upload de arquivos.
Módulo 2	Polígonos, isometrias no plano, objetos e propriedades, construções de círculos e arcos no GeoGebra para <i>smartphones</i> .
Módulo 3	Interface 3D do GeoGebra, prismas e pirâmides, cilindros e cones, construções 3D no GeoGebra para <i>smartphones</i> .
Módulo 4	Funções, funções e planilha, funções com controles deslizantes, funções no GeoGebra para <i>Smartphones</i> .
Módulo 5	Formas de revolução no GeoGebra para <i>Smartphones</i> , comandos, comando sequência, formas de revolução a partir de polígonos, formas de revolução a partir de funções, construção de mosaicos com comandos.
Módulo 6	Janela CAS, resolução de equações na Janela CAS, matrizes no GeoGebra, resolução de sistemas lineares 3 x 3 no GeoGebra.
Módulo 7	Protocolo de Construções, lista de iteração: sequências numéricas, lista de iteração: Objetos Geométricos, construção de gráfico de setores, construção de gráfico de barras, GeoGebra e LaTeX.
Módulo 8	Lugar geométrico, resolução de um problema com lugar geométrico, novas Ferramentas, resolução de um problema com o comando superfície, resoluções dos problemas do módulo 6.

Fonte: Curso de GeoGebra

Geralmente, a tarefa de cada módulo é composta por duas partes, a primeira parte consiste em seguir o enunciado que é relacionado com a construção de um arquivo no GeoGebra utilizando os conhecimentos abordados naquele módulo ou em módulos anteriores. Na segunda parte da tarefa o cursista precisa que interagir com outros cursistas, fazendo comentários nas tarefas postadas pelos colegas, sugerindo alterações e fazendo perguntas e respondendo aos comentários que receber em sua publicação.

A tarefa proposta via enunciado torna-se uma atividade para o cursista quando, durante a realização da dimensão individual do trabalho, suas ações têm como motivo atender a uma demanda apontada pela atividade de ensino proposta pelos formadores. No segundo momento, durante a realização do trabalho na dimensão coletiva, os motivos individuais, ou seja, o que leva um cursista a constituir um arquivo e postar no fórum, passam a ser motivos compartilhados pelos integrantes do grupo que interagem com ele em sua postagem quando fazem inserções na tentativa de compartilharem interlocutores com o autor da postagem. A esse trabalho conjunto, em que os cursistas em processos de interação compartilham interlocutores e motivos, chamamos de interação colaborativa. (DANTAS,2016,p.90)

Dessa forma, conhecendo o ambiente do curso e entendendo que em suas tarefas acontecem as interações colaborativas (Dantas, 2016) sobre os diferentes usos do GeoGebra decidimos explorar esse ambiente como base de dados para nossa pesquisa.

### 3. O TRANSITAR ENTRE OS MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS: A MATEMÁTICA DO MATEMÁTICO, MATEMÁTICA DA ESCOLA, E A MATEMÁTICA DO GEOGEBRA

Para Gonçalves (2016, p.29) “o GeoGebra permite novas formas de se discutir e articular diferentes modos de produção dos significados matemáticos.” Para usar o GeoGebra é preciso conhecer sua interface, entender seus comandos e seus objetos, o que cada um significa, seus recursos e suas possibilidades, com isso o usuário acaba tendo que interagir com uma linguagem particular do *software*, pois

O GeoGebra fornece uma nova perspectiva para o ensino de matemática. Esta nova perspectiva traz consigo a necessidade de novos olhares, novos problemas e novas formas de investigação. É comum e conhecido o trânsito entre a Matemática do Matemático e a Matemática da Escola, visto que isto é ensinado em diferentes níveis de profundidade aos professores durante o seu processo de formação continuada. Entretanto, a adição dessa ferramenta tecnológica digital, faz com que esse trânsito ocorra entre três diferentes formas de se trabalhar o ensino de matemática, isto é, agora é preciso considerar o que eu chamo de Matemática do GeoGebra. (GONÇALVES, 2016, p. 32.)

Gonçalves então designa a Matemática do GeoGebra, as expressões e termos que são comuns aos usuários do *software*. Quando um usuário do GeoGebra se refere a comandos específicos, mesmo que envolvam a matemática, precisam de novos termos para interagir com o *software*. Por exemplo o que significa falar “movimente o controle deslizante e observe a relação entre as áreas dos triângulos (Pitágoras)”, ou “após selecionar a ferramenta clique no polígono para fazer a extrusão para pirâmide”? Essas afirmações só fazem sentido se você conhece os recursos e os comandos particulares desse *software*. Isso é a linguagem particular ao se interagir com o GeoGebra que Gonçalves (2016) defende

[...] além de considerar os termos incomuns a Matemática do Matemático e a Matemática da Escola, trata de considerar os aspectos computacionais que podem ser associados às possibilidades e características dos objetos e interfaces (as diferentes janelas) do GeoGebra. (GONÇALVES, 2016, p. 71)

Em sua tese disserta sobre a Matemática do Matemático, Matemática da Escola descrevendo esses modos de produção de significados matemáticos e insere a Matemática do GeoGebra concebendo-as como “adjetivações das diferentes práticas matemáticas dos professores de matemática” (GONÇALVES, 2016, p.59). Gonçalves se refere ao modo como o professor de matemática se apropria de um linguajar diferente para produzir significados matemáticos:

[...] **os significados** em geral, **os da matemática em particular**, não estão prévia e definitivamente determinados, mas encontram-se nos diferentes usos que fazemos dos conceitos, ou seja, **dependem dos jogos de linguagem de que participam**. Assim, **as adjetivações indicam diferentes usos, em situações e contextos específicos, determinados pela força normativa das formulações de cada grupo**; em outras palavras, **as adjetivações referem-se a diferentes práticas**

**matemáticas.** (VILELA, 2009, p.193, apud GONÇALVES, 2016, p.59, grifos do autor)

Assim Gonçalves (2016, p.32) defende que “professores de matemática que usam o GeoGebra, transitam pela Matemática do Matemático, a Matemática da Escola e a Matemática do GeoGebra e que neste complexo movimento, precisa lidar com as limitações do *software* para potencializar os diferentes modos de produção de significados matemáticos” .

Segundo Gonçalves (2016) a Matemática do Matemático é a matemática em sua existência mais formal, a matemática com seus símbolos próprios, nomenclatura e linguagem. Das demonstrações com casos genéricos para generalizar uma propriedade. Dessa forma “a Matemática do Matemático (MM) tem como objetivo mais geral, a produção e discussão de significados mais voltados à linguagem e formalismos matemáticos.” (GONÇALVES, 2016, p. 60)

O autor reforça a caracterização da Matemática do Matemático (MM) baseado em Lins (2004) reassumindo que

[...] possivelmente existe simultaneidade das influências realistas e pragmáticas no arcabouço teórico dos professores de matemática, quando se focam em tratar dos significados matemáticos. Os objetos matemáticos são admitidos tanto no sentido da realidade platônica, como podem ser negociados pragmaticamente. (GONÇALVES, 2016, p.61)

Para o autor (p.63) professores de matemática “buscam pautar-se em linguagem própria da Matemática do Matemático (internalista e simbólica), assumindo ou constituindo definições formais em suas argumentações. Baseiam-se em um encadeamento lógico de axiomas ou teoremas para provar ou refutar suas afirmações matemáticas.”

Já a Matemática da Escola (ME) é mais flexível em sua linguagem permitindo outros modos de produção de significados matemáticos (GONÇALVES, 2016, p.65). É a matemática da escola que torna a matemática acessível a todos, um professor que ensina matemática conhece a matemática formal, porém ao ensiná-la ele utiliza diferentes exemplos e aplicações, transformando a MM em ME de forma legítima, fazendo com que assim ela seja adaptável a qualquer cidadão.

Para Gonçalves (p.64) existem diferentes modos de se explicar a matemática com analogias e exemplos que são comumente usadas por professores de matemática e que são válidas dentro do que o autor denomina de Matemática da Escola. Quando professores de matemática apropriam-se de outra linguagem, menos formal do que a Matemática do Matemático, para possibilitar o entendimento do aluno quanto ao conteúdo matemático ele

está fazendo a Matemática da Escola, assumindo-a “como um modo de produzir significados matemáticos, que primeiro, visa o aspecto operacional do processo de construção de conceitos, transitando para ao aspecto estrutural, buscando torná-los objetos” (GONÇALVES, 2016, p.66) e validando-se na linguagem que permeiam nossas praticas.

O autor argumenta que quando usa o GeoGebra em uma aula de matemática o professor usa da Matemática do Matemático da Matemática da Escola e da Matemática do GeoGebra, e caminha nessas diferentes formas de se falar de matemática para se fazer compreender. Caracterizando o que o autor chama de transitar: “para usar o GeoGebra, é importante notar-se que o trânsito entre diferentes modos de se produzir significados matemáticos, parecem indissociáveis” (GONÇALVES, 2016, P.81).

Conhecer o transitar entre esses modos de produção de significados matemáticos e especificamente sobre o que diz respeito à Matemática do GeoGebra, é um anseio que motiva meus estudos desde que conheci a tese do professor William e que viemos discutindo desde então. Como consequência em 2018 no meu trabalho de conclusão de curso, denominado *Discussões e produções dos participantes da 12ª edição do curso de GeoGebra relacionadas ao Teorema de Pitágoras*, também orientado pelo professor William Vieira Gonçalves, já pensávamos em reconhecer esses modos de produção de significados matemáticos nas falas de professores. Mesmo que não denominadas e nem associadas com MM, ME e MG, as categorias criadas remetem de certa forma, a identificação do transitar entre os modos de produção de significados matemáticos de Gonçalves (2016) e por isso, nesta pesquisa, decidimos usá-las como exemplo.

O objetivo do trabalho foi reconhecer as discussões e proposições dos participantes da 12ª edição do Curso de GeoGebra acerca das demonstrações do Teorema de Pitágoras. A 12ª edição aconteceu nos meses de março e maio de 2017, e foram selecionadas as produções textuais de 21 cursistas. As categorias que emergiram dos textos - discursos dos participantes foram baseadas em:

1- Quais os objetivos de uma determinada postagem (destaque amarelo), 2- qual o ponto de partida do conhecimento matemático que foi utilizado (destaque verde), 3- qual o recurso do *GeoGebra* que foi usado (destaque azul turquesa) e 4 - como aquela construção pode ser usada pelo professor de matemática em uma aula (destaque rosa).

Todas as publicações dos cursistas apresentavam características que se repetiam e se assemelhavam e que por isso deram origem a essas categorias. Na Figura 9 podemos ver um texto-discurso que foi analisado no trabalho mostrando o destaque para cada categoria:

Figura 9: Postagem de um participante do curso de GeoGebra na 12ª edição

**Episódio 1**

TEOREMA DE PITÁGORAS (POR CAVALIERI)

Olá,

Módulo6.ggb

Para esta atividade fiz uma demonstração do teorema de Pitágoras utilizando o princípio de Cavalieri.

Para tal fiz com que quase todos os objetos dependessem do controle deslizante inicial, assim as figuras se movem de forma sincronizada, e utilizei várias circunferências que existem e deixam de existir dando a impressão de que os quadriláteros "caminham" até suas posições corretas, basta animar ou mover o controle deslizante.

Também é possível modificar o triângulo retângulo. Espero que gostem. ^^

Obs.: Por algum motivo o GeoGebra não está permitindo que eu oculte algumas das circunferências, pode ser alguma das gambiarras que fiz, ou birra do programa, não consegui descobrir...

Fonte: Bragagnollo, 2018, p.27

Ao nosso olhar o texto desse participante mostra um exemplo claro do transitar entre os modos de produção de significados matemáticos defendidos por Gonçalves (2016, p.59) visto que “a linguagem permite reconhecer o transitar entre os diferentes modos de produção de significados matemáticos”, veja:

Quando o cursista (que pode ser um professor ou licenciando em matemática) descreve seus objetivos para sua atividade no GeoGebra ele fala em 1- “*demonstração do teorema de Pitágoras utilizando o princípio de Cavalieri*” ele está “caminhando” pela Matemática do Matemático sobre o pensamento formal e com o rigor que uma demonstração matemática apresenta.

Logo em seguida ele expressa 2- “*Para tal fiz com que quase todos os objetos dependessem do controle deslizante*” aqui o cursista está “caminhando” pela Matemática do GeoGebra, visto que “depende do controle deslizante” é uma característica da linguagem de quando utilizamos o GeoGebra. Na sequência o texto diz 3 - “*utilizei várias circunferências que existem e deixam de existir dando a impressão de que os quadriláteros "caminham" até suas posições corretas*” ao nosso ver aqui o cursista está transitando entre a Matemática do Matemático para a Matemática da Escola, bem como em 4 - “*Também é possível modificar o triângulo retângulo.*” Pois ao falar em “quadriláteros que caminham” e em “modificar o

triângulo” ele está usando seu conhecimento teórico para formular uma linguagem diferente da formal para se fazer entender.

É importante lembrar que “a segurança em dizer se um resultado obtido com o GeoGebra é confiável ou não, se corresponde ao “certo” ou “errado”, parte de pressupostos circunscritos a Matemática do Matemático” (GONÇALVES, 2016, p.61). E por isso a Matemática do GeoGebra é indissociável dos outros modos de produção de significados matemáticos. A linguagem da MM e da ME permeiam a MG para tornar seus significados legítimos, “a linguagem permite reconhecer o transitar entre os diferentes modos de produção de significados matemáticos” (GONÇALVES, 2016, p.59).

O autor, porém, destaca, “Entretanto, considero que seja também importante, notar que a Matemática da Escola existe independentemente do GeoGebra e que a Matemática do GeoGebra, permite falar de um modo que lhe é peculiar e fazer “coisas” que não eram tão disseminadas.” (p.67)

Diante do exposto, concordando com o que é defendido por Gonçalves (2016) desejamos compreender as direções do trânsito entre modos de produção de significados matemáticos nas interações sobre geometria espacial dos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra. Baseando-nos nas características dos modos de produção de significados da Matemática do Matemático, da Matemática da Escola, e da Matemática do GeoGebra e no transitar entre eles para realizarmos os processos de categorização e análise dos dados.

#### 4. OS CAMINHOS METODOLÓGICOS DESTA PESQUISA

Realizamos neste trabalho um estudo qualitativo, descritivo e interpretativo das interações dos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra para compreender as direções do trânsito entre modos de produção de significados matemáticos de Gonçalves (2016) (Matemática do Matemático, da Matemática da Escola, e da Matemática do *GeoGebra*) sobre geometria espacial. Esta pesquisa é descritiva pois “Tal pesquisa observa, registra, analisa e ordena dados, sem manipulá-los, isto é, sem interferência do pesquisador. Procura descobrir a frequência com que um fato ocorre, sua natureza, suas características, causas, relações com outros fatos.” (PRODANOV; FREITAS. p.52) devido ao fato que coletamos, organizamos, codificamos, categorizamos e analisamos os dados, que neste caso são as produções textuais dos cursistas.

Diante das características elencadas acima de sua classificação quanto aos objetivos, destacamos que a abordagem desta pesquisa é qualitativa pois

[...] considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (PRODANOV; FREITAS. p. 70).

Segundo os mesmos autores a descrição dos dados é muito importante, devendo retratar o ambiente estudado com o maior número de características possível, para a posterior interpretação e análise. Neste tipo de pesquisa “preocupa-se muito mais com o processo do que com o produto. Na análise dos dados coletados, não há preocupação em comprovar hipóteses previamente estabelecidas, porém estas não eliminam a existência de um quadro teórico que direcione a coleta, a análise e a interpretação dos dados.” (PRODANOV; FREITAS. p. 70).

Para realizar nossa análise utilizamos os pressupostos da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016), segundo os autores “a análise textual discursiva corresponde a uma metodologia de análise de informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compressões sobre os fenômenos e discursos” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p 13).

Santos e Dalto (2012, p.17) descrevem de maneira sintetizada os processos da ATD referentes análises de produções escritas, “realizamos um processo de desconstrução

(unitarização) para, a partir de relações entre os elementos unitários construir categorias (categorização), que ofereçam elaborações de novas compreensões (construção de metatexto)”. Para Oliveira (2020, p.40) “o trabalho de análise com a ATD nos permite triangular diferentes compreensões sobre o fenômeno em estudo e utilizar de diferentes perspectivas de leitura para constituição de uma terceira compreensão, com base em nossos objetivos de pesquisa.”

Os processos da ATD permeiam entre a Análise de Conteúdo e a Análise do Discurso “representando, diferentemente destas, um movimento interpretativo de caráter hermenêutico”, (MORAES; GALIAZZI, 2016, p.13) pois acredita que as produções textuais são resultantes de discursos de interlocutores, e aqui entende-se por produções textuais, além de produções escritas, as imagens, áudios e tudo o que pode ser “lido” por um interlocutor. Segundo os autores a análise textual discursiva consiste em

[...] um processo auto-organizado de construção de compreensão em que os entendimentos emergem a partir de três componentes: a desconstrução dos textos do “corpus”, a unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários; a categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 34).

Todo o processo de análise é visto como um processo auto-organizado que acontece de forma cíclica e constante entre os componentes de unitarização, categorização e criação do metatexto, este movimento é representado na Figura 10:

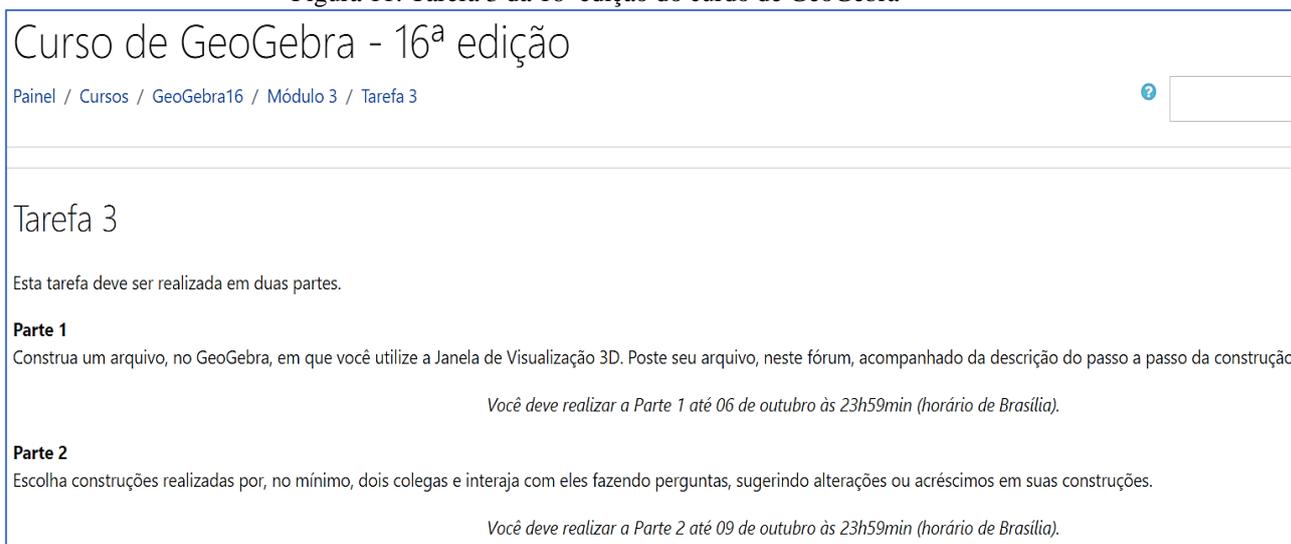
Figura 10: Etapas da Análise Textual Discursiva de acordo com Moraes e Galiazzi (2016)



Fonte: Produção própria baseada em Moraes e Galiazzi (2016)

Para a coleta de dados realizamos buscas e mapeamentos no ambiente online do Moodle onde o curso acontece. O curso oferece um de seus módulos voltado para o estudo de construções obtidas a partir da interface 3D e, desde a 13ª edição, que ocorreu entre os meses de março e maio de 2018, este vem sendo o módulo 3. Nas últimas edições do curso (13º, 14º, 15º e 16ª edições) o enunciado da tarefa referente ao módulo que estuda a interface 3D apresenta o seguinte texto: “Construa um arquivo, no GeoGebra, em que você utilize a Janela de Visualização 3D. Poste seu arquivo, neste fórum, acompanhado da descrição do passo a passo da construção.” Conforme mostra a Figura 11:

Figura 11: Tarefa 3 da 16ª edição do curso de GeoGebra



The screenshot shows the Moodle interface for the course 'Curso de GeoGebra - 16ª edição'. The breadcrumb trail is 'Painel / Cursos / GeoGebra16 / Módulo 3 / Tarefa 3'. The task title is 'Tarefa 3'. The instructions state: 'Esta tarefa deve ser realizada em duas partes.' The first part, 'Parte 1', requires creating a file in GeoGebra and posting it with a step-by-step description, with a deadline of 23h59min on October 6th. The second part, 'Parte 2', requires selecting constructions and interacting with at least two peers, with a deadline of 23h59min on October 9th.

Fonte: Ambiente do curso

A partir deste enunciado, os cursistas fizeram suas tarefas, postando seus arquivos construídos com a interface 3D bem como o passo a passo que ele utilizou para criar aquela construção. Utilizamos uma postagem para exemplificar como se parecem as demais publicações dos cursistas neste módulo, a Figura 12 refere-se a esse exemplo:

Figura 12: Postagem de um cursista na tarefa 3 da 16ª edição do curso de GeoGebra.

**Planificação do cubo**  
por  - domingo, 13 Out 2019, 10:55

Bom dia colegas! Segue minha construção.

**1º passo:** Abri o GeoGebra,

**2º passo:** selecionei a aba exibir e cliquei em janela de visualização 3D;

**3º passo:** desmarquei a função plano;

**4º passo:** selecionei a nona aba e cliquei em cubo;

**5º passo:** cliquei em dois pontos distintos em um dos eixos;

**6º passo:** selecionei a nona aba e cliquei em planificação e selecionei o cubo;

**7º passo:** selecionei os pontos e cliquei com o botão direito e cliquei em exibir objeto;

**8º passo:** Tirei os eixos. E agora é só mover o ponto da barra de mover observando a planificação do cubo.

Tags: **cubo** **planificação**  
 [Cubo.ggb](#)

Fonte: Ambiente do curso

Como podemos ver, o cursista não declarou como utilizaria essa construção para uma aula de matemática. Dessa forma percebemos que suas postagens não seriam suficientes para contemplar nossa investigação. Vejamos agora o enunciado da tarefa 3 na 17ª edição do curso de GeoGebra na Figura 13:

Figura 13: Enunciado da tarefa 3 da 17ª edição do curso de GeoGebra.

**Tarefa 3**

Esta tarefa deve ser realizada em duas partes.

**Parte 1**  
Considere que você vai lecionar um tópico de Matemática do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio durante duas aulas seguidas. Para isso, você deve levar um ou mais arquivos previamente construídos no GeoGebra, utilizando conteúdos abordados nos três primeiros módulos do curso. Os estudantes terão acesso a esse(s) arquivo(s) em computadores e vão utilizá-lo(s) durante a sua aula. Poste esse(s) arquivo(s) no fórum "Tarefa 3" com uma descrição de como pretende utilizá-lo(s) e de como ele(s) ajuda(m) nas atividades planejadas para sua aula.

*Você deve realizar a Parte 1 até 05 de abril às 23h59min (horário de Brasília).*

**Parte 2**  
Escolha construções realizadas por, no mínimo, dois colegas e interaja com eles fazendo perguntas, sugerindo alterações ou acréscimos em suas construções.

*Você deve realizar a Parte 2 até 08 de abril às 23h59min (horário de Brasília).*

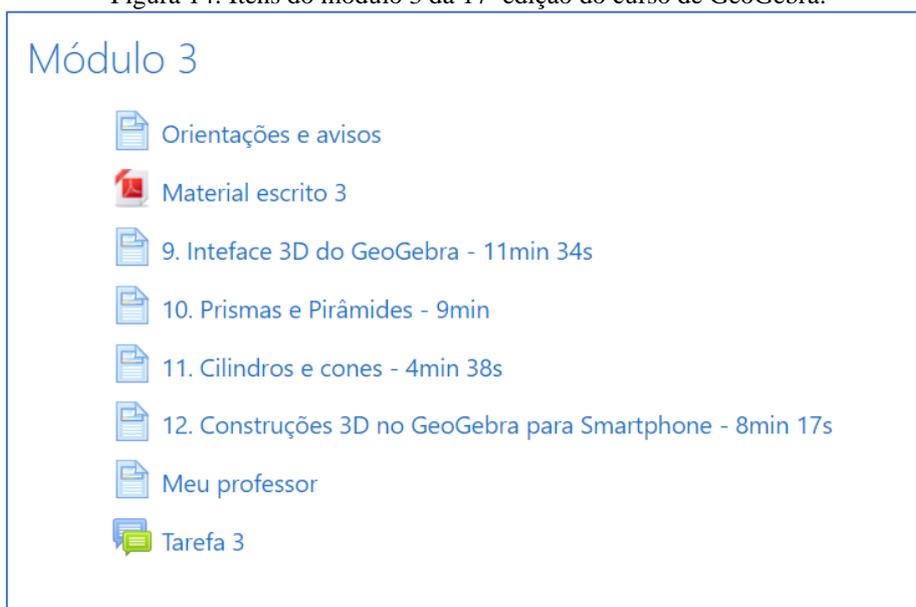
Fonte: ambiente do curso

O enunciado sugere que o cursista escreva em sua publicação uma descrição de como ele utilizaria essa construção em sala de aula e como esse arquivo ajudaria nas atividades

planejadas para sua aula. Como nossa intenção é compreender as direções do trânsito entre modos de produção de significados matemáticos sobre geometria espacial, vemos no módulo 3 - tarefa 3 da edição 17 um ambiente mais fértil para a nossa pesquisa do que nas edições anteriores, visto que as produções textuais dos cursistas serão direcionadas para a utilização da construção em aula de matemática, e lembrando que o módulo 3 refere-se a construções com a Janela 3D e conseqüentemente com maior quantidade de publicações voltadas para o ensino de geometria espacial, oferecendo-nos assim, produções favoráveis e compatíveis com os objetivos de nossa pesquisa. Por este motivo optamos por pesquisar apenas o módulo 3 da 17ª edição do curso que ocorreu no período de 19 de março de 2020 à 17 de maio de 2020.

Cada módulo liberado para os estudantes possui arquivos de texto e de vídeo para os alunos acessarem. O módulo 3 da 17ª edição apresenta um vídeo inicial com orientações gerais, descrição de quais conteúdos serão abordados e orientações de como realizar a tarefa do módulo:

Figura 14: Itens do módulo 3 da 17ª edição do curso de GeoGebra.

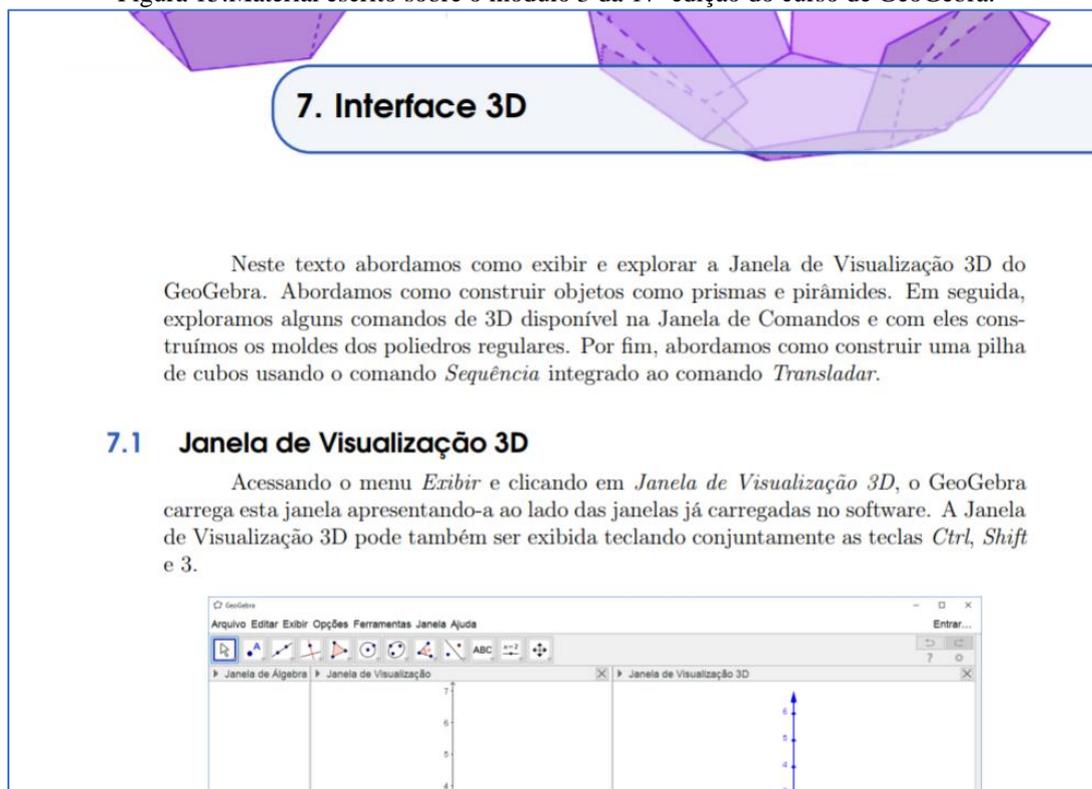


Fonte: Print de tela

É disponibilizado o material escrito em formato PDF contendo informações sobre o assunto abordado nos vídeos, descrições da utilização das ferramentas e outras possibilidades de construções. Veja na Figura 15 uma parte desse material<sup>8</sup>:

<sup>8</sup> Este material pode ser acessado em <https://oGeoGebra.com.br/site/textos/7.pdf>

Figura 15: Material escrito sobre o módulo 3 da 17ª edição do curso de GeoGebra.



Fonte: ambiente do curso

Logo na sequência o cursista tem acesso a quatro vídeos que abordam temas relacionados ao uso da interface 3D, o primeiro vídeo apresenta a Janela de visualização 3D, suas características e as ferramentas que estão aninhadas a essa janela e algumas construções iniciais. O segundo e o terceiro são voltados para construções de objetos 3D a partir de ferramentas e comandos, e o quarto vídeo é voltado para as construções em 3D utilizando o smartphone:

Figura 16: Tela inicial do vídeo sobre as construções 3D no smartphone da 17ª edição do curso de GeoGebra



Fonte: ambiente do curso

Logo abaixo dos vídeos o cursista pode visualizar a tarefa do referente módulo, por se tratar do módulo 3 a tarefa é intitulada Tarefa 3. Sendo assim o cursista acessa os materiais<sup>9</sup> e realiza as duas partes da tarefa no fórum-tarefa. A Figura 17 mostra um exemplo<sup>10</sup> de como ocorre a interação entre os participantes:

---

<sup>9</sup> É importante ressaltar que todos os materiais do curso estão disponíveis para livre acesso no site do curso que pode ser acessado no endereço <https://oGeoGebra.com.br/site/> e os vídeos também estão disponíveis no canal do curso no YouTube intitulado O GeoGebra que pode ser acessado em <https://www.youtube.com/c/oGeoGebra> .

<sup>10</sup> A mensagem original foi cortada por questões de tamanho, entendemos que esse movimento não prejudica o leitor a visualizar como são as conversas dos participantes.

Figura 17: Interação entre os participantes do curso.

**Tarefa investigativa-Relação de Euler**  
por [redacted] - domingo, 3 Nov 2019, 23:32

Caros cursistas, para a atividade solicitada organizei uma proposta de aula para uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, na qual devem investigar a relação entre os elementos de um poliedro convexo, a conhecida Relação de Euler.

1ª construção: PRISMA com controle deslizante para o polígono da base

2ª construção: PIRÂMIDE com controle deslizante para o polígono da base

[Pirâmide.ggb](#)  
[Prisma.ggb](#)

[Link direto](#) | [Responder](#)

---

**Re: Tarefa investigativa-Relação de Euler**  
por [redacted] - terça, 5 Nov 2019, 00:43

Oi [redacted]

Adorei a sua ideia para trabalhar relação de Euler

Apenas não compreendi que você colocou que ele tem controle deslizante para o polígono de base, mas esses controles deslizantes não aparecem na janela de visualização, apenas é possível modificar o número de lados dos polígonos de base na janela de álgebra. E acho que seria interessante esconder os eixos na janela 3D, para tornar a observação dos alunos mais fácil.

Acho que essa tarefa também pode ser trabalhada com a metodologia de Resolução de Problemas, pois parte da ideia dos prismas e pirâmides que os alunos já vão conhecer, e a partir da resolução da sua atividade eles chegam na relação de Euler.

Parabéns pela atividade. Abraço.

[Link direto](#) | [Mostrar principal](#) | [Responder](#)

---

**Re: Tarefa investigativa-Relação de Euler**  
por [redacted] - quarta, 6 Nov 2019, 23:58

Olá [redacted]

Obrigada pela contribuição.

Vou reenviar o arquivo, não sei o que houve. O controle deslizante é justamente para alterar o número de lados do polígono da base.

[Pirâmide\\_atual.ggb](#)  
[Prisma.ggb](#)

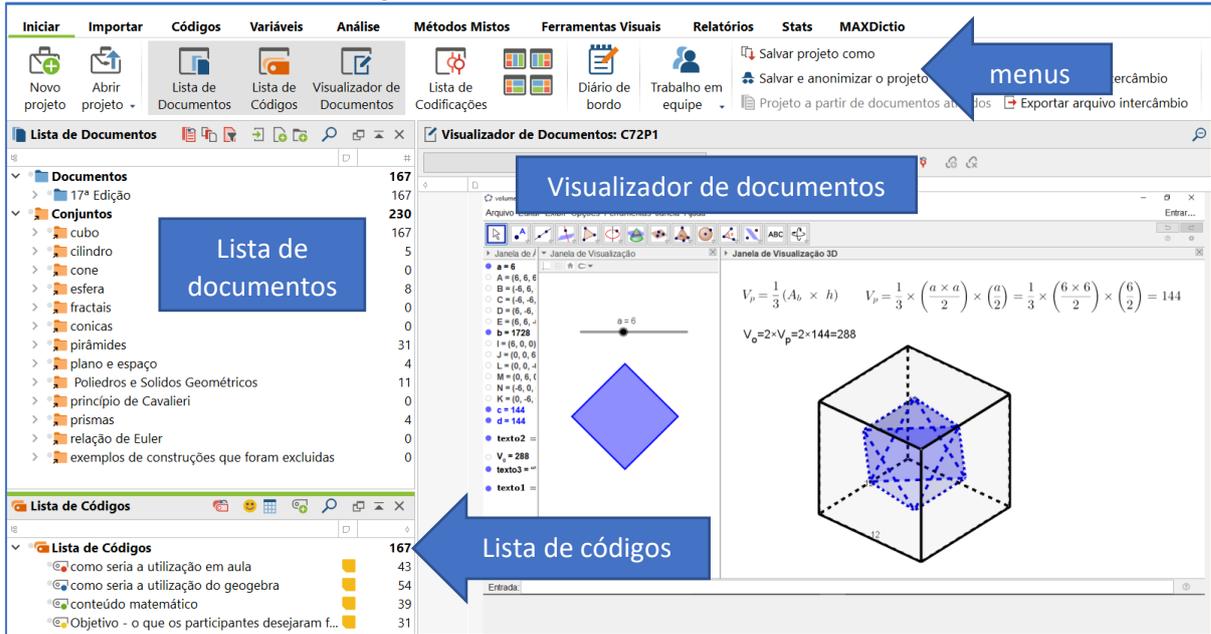
[Link direto](#) | [Mostrar principal](#) | [Responder](#)

Fonte: a autora

Dessa forma, as publicações dos cursistas e as interações que aconteceram no fórum da tarefa 3 foram nosso objeto de estudo. Utilizamos o *software* MAXQDA<sup>11</sup> para realizar a coleta, a organização e o tratamento dos dados, e também para o apoio na execução dos processos de unitarização e posterior categorização e análise desses dados. A Figura 18 mostra a *interface* inicial do *software*:

<sup>11</sup> Para mais informações sobre o software acesse <https://www.maxqda.com/brasil>

Figura 18: Interface do Software MAXQDA



Fonte: Print de tela

O MAXQDA é um *software* que permite a coleta, armazenamento, organização e tratamento de dados para pesquisas qualitativas e mistas, possuindo em sua *interface* ferramentas para codificação e categorização de dados, recursos de visualização e apresentação de dados como geradores de tabelas e gráficos, entre outros recursos.

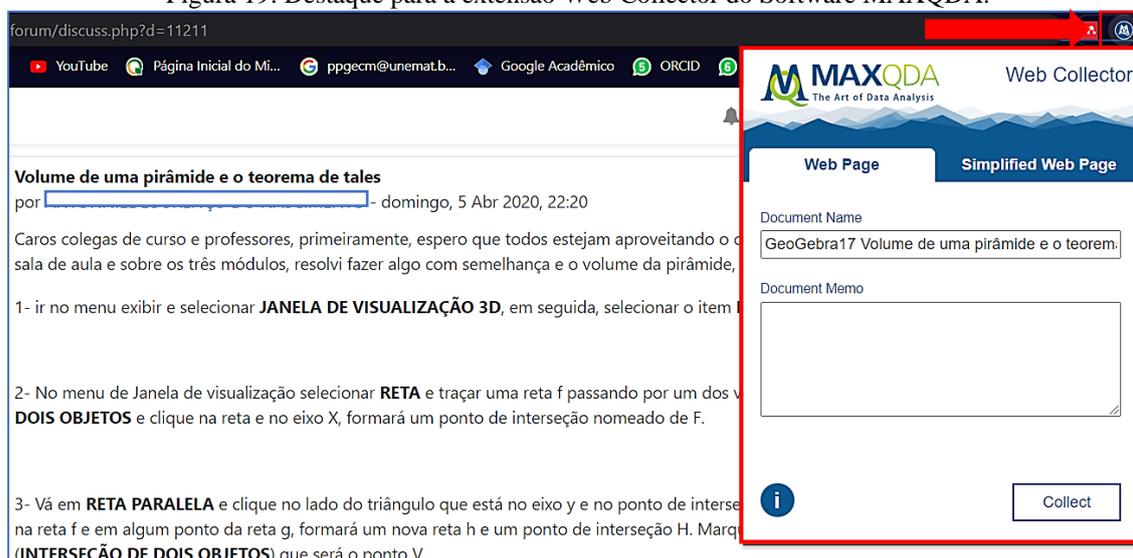
## 5. DO PROCESSO DE COLETA DE DADOS À PRÉ – ANÁLISE: A UNITARIZAÇÃO

Para a coleta de dados no ambiente *Moodle* do curso foi necessário ter um acesso especial para poder navegar entre as várias edições do curso que foi disponibilizado pelo orientador desta pesquisa que também é um dos coordenadores do curso de *GeoGebra*.

Após a visualização e o estudo dos cursos resultando na seleção do módulo 3 – tarefa 3 da 17ª edição do curso descritos no item anterior, iniciamos então a coleta das páginas contendo as publicações com as interações dos cursistas com o *software MAXQDA*.

Utilizamos uma funcionalidade do *MAXQDA*, a extensão para o *Google Chrome* denominada *Web Collector* que permite a coleta de páginas completas da *Web* conforme exemplo na Figura 19 com destaque em vermelho:

Figura 19: Destaque para a extensão Web Collector do Software MAXQDA.



Fonte: Print de tela

As páginas com as publicações dos cursistas e as interações que aconteceram no fórum foram importadas para o *software MAXQDA*. Coletamos todas as publicações do fórum da tarefa 3 da 17ª edição, totalizando 452 páginas, cada página contendo a publicação de um cursista e a interação sobre a publicação com os outros participantes do curso e salvamos um “*print*” da sua construção no *GeoGebra*.

Em seguida começamos a leitura e a organização das produções dos cursistas, equivalente ao reconhecimento do *corpus* da pesquisa no processo de unitarização que segundo Moraes e Galiuzzi (2016, p.70) “é parte do esforço de construir significados a partir de um conjunto de textos, entendendo que sempre há mais sentidos do que uma leitura possibilita elaborar. A construção das unidades de significado representa um movimento e interpretação dos textos, uma leitura rigorosa e aprofundada”.

Neste processo notamos que algumas publicações precisavam ser excluídas pois estavam duplicadas, apresentavam falta de elementos que descrevessem uma proposta de ensino, e/ou as que não identificamos o trânsito entre a Matemática do Matemático (MM), Matemática da Escola (ME) e a Matemática GeoGebra (MG). Consideramos importante justificarmos a exclusão de algumas das publicações e por isso criamos o conjunto exemplo de construções que foram excluídas justamente para exemplificar o tipo de postagem que foi excluída. Deixamos então neste conjunto três publicações que ilustram os outros casos:

Figura 20: Publicações que foram excluídas

▼ +	exemplos de construções que foram excluidas	0
+ 📄	17ª Edição\Arapuca de peixes ou insetos - Jeremias	0
+ 📄	17ª Edição\GeoGebra17 Arapuca de peixes ou insetos	0
+ 📄	17ª Edição\Pirâmide com base quadrangular - Emely	0
+ 📄	17ª Edição\GeoGebra17 Pirâmide com base quadrangular	0
+ 📄	17ª Edição\Relação volumétrica CilindroCone - Wayner	0
+ 📄	17ª Edição\GeoGebra17 Relação volumétrica CilindroCone	0

Fonte: Print de tela

O primeiro caso que julgamos necessário excluir pode ser exemplificado pela publicação **Arapuca de peixes ou insetos**, veja a transcrição do texto do cursista:

Quadro 2: Transcrição da publicação “arapuca de peixes”

Arapuca de peixes ou insetos

“Inspirando nas aulas, trouxe-me uma memória de quando fui criança e pescava nos rios próximos de minha casa no interior do Paraná. A circunferência em preto (eixo y) representa a alça da arapuca. O cilindro representa a tela maior que ao fundo vai comida. O peixe ao entrar pelo cone vai até o fundo e pelo orifício menor passa em busca do alimento, no entanto não sabe o caminho da volta por ser estreito e acaba ficando preso dentro do cilindro. Do mesmo modo ocorre com os insetos para pesquisa”

Fonte: Fóruns do curso de GeoGebra

Podemos notar no texto que o cursista não apresentou a uma proposta de ensino que utilizaria a construção, assim como era pedido no enunciado da tarefa. Por mais que sua construção tenha uma contextualização e tenha aplicações interessantes, o cursista não as registrou em sua publicação e não conseguimos utilizá-la para nossos objetivos, também observamos que seu texto não apresentou a linguagem da MG. Todas as publicações que não apresentaram registros de como seria a utilização do arquivo em uma aula de geometria espacial foram excluídas.

O segundo caso pode ser exemplificado pela publicação **Pirâmide com base quadrangular**, veja a transcrição do texto do cursista:

Quadro 3: Transcrição da publicação “Pirâmide com base quadrangular”

Pirâmide com base quadrangular

“Para desenvolver no GeoGebra a Pirâmide de Base Quadrangular utilize

Abri normalmente o GeoGebra, depois fui em exibir → Janela de visualização em 3D.

Clicando na janela em 2D

Criei um polígono regular clicando no ponto A(-1,-1) e depois no ponto B(1,1), quando abriu a janela dos Vértices eu coloquei igual a 4.

Clicando na janela em 3D

Fui à barra e cliquei em Pirâmide → Fazer exatidão para pirâmide ou cone.

Logo cliquei nos pontos A(-1,-1) e no ponto B(1,1) do polígono que eu já avio criado, assim abriu uma nova janela de Altura onde eu coloquei igual a 3.

Logo após troquei a cor, clicando com o lado direito do mouse fui em propriedades → cor.

Troquei a core parti para a planificação que fui à barra de ferramentas da janela em 3D e fui em Pirâmide → Planificação e pronto foi criado automaticamente um botão deslizante que varia de 0 a 1, assim foi minha construção bem simples”

Fonte: Fóruns do curso de GeoGebra

Podemos notar no texto que neste caso o cursista registrou apenas o passo-a-passo de sua construção e assim como no exemplo anterior, não apresentou a sua proposta de ensino que utilizaria a construção, e identificamos apenas o uso da linguagem da MG, não foi possível identificarmos o trânsito entre a MM, ME e MG, então por estes motivos postagens como essa, que apresentavam somente a descrição dos passos da construção também foram excluídas.

A última publicação que usamos como exemplo foi intitulada como **Relação volumétrica cilindro/cone**, veja a transcrição do texto do cursista:

Quadro 4: Transcrição da publicação “Relação volumétrica cilindro/cone”

Relação volumétrica cilindro/cone

“boa noite, caros, colegas e professora

Realizei a construção de um cone e um cilindro, de mesma base e eixo, com o objetivo de mostrar a proporcionalidade volumétrica entre ambos, que é de  $1/3$ , independente do raio da base e da altura.

Para realizar a construção, abri o GEOGEBRA e realizei os seguintes passos:

Ativei as janelas de VISUALIZAÇÃO e VISUALIZAÇÃO 3D;

Cliquei em controle deslizante e abriu uma caixa na qual defini “h”, variação de 0 a 10 e incremento 0,1 para a altura dos objetos.

Cliquei novamente em controle deslizante e na caixa, defini o “s” e atribui os mesmos valores de “h” para o raio dos objetos.

Na caixa de entrada, digitei “círculo ponto raio direção”, definindo o ponto (0,0) como sendo o centro, raio igual a “s” (controle deslizante) e Eixo Z, como sendo o eixo dos objetos, e dei enter.

Cliquei em cone e em seguida, digitei, na caixa de entrada, cone e definir “cone círculo e altura” como sendo círculo “g” e altura “h” e dei enter.

Cliquei em cilindro e em seguida, digitei, na caixa de entrada, círculo e definir “cilindro círculo e altura” como sendo círculo “g” e altura “h” e dei enter.

Definido, assim os objetos, que são o cone e o cilindro, que pode-se variar o raio da base e a altura de ambos e constata-se a permanência da proporção de  $1/3$  entre o cone e o cilindro. Valores estes expostos na Janela de Álgebra.”

Fonte: Fóruns do curso de GeoGebra

Nesta publicação o único fragmento que indica uma possível utilização em aula de matemática está em “*com o objetivo de mostrar a proporcionalidade volumétrica entre ambos, que é de  $1/3$ , independente do raio da base e da altura*” e ao nosso olhar é insuficiente para que consigamos entender como seria a aula que o cursista imaginou, como o arquivo seria utilizado nessa aula, como seria seu uso pelos alunos etc., e por estas razões postagens como esta, que possuíam pouca informação de como seriam sua utilização em sala de aula também foram excluídas.

## 6. O PROCESSO DE CATEGORIZAÇÃO: A IMERSÃO NOS TEXTOS

Após o processo da pré-análise, das 452 postagens selecionamos um total de 137, denominamos cada uma com um código para que pudéssemos identificá-las posteriormente. Ao documento da postagem do autor contendo toda a interação dos cursistas nomeamos com “C” inicial de cursista e um número, e ao *print* de sua construção nomeamos com o código do documento da postagem do autor seguido de “P” indicando a produção e um número para indicar quantas produções ele desenvolveu, visto que muitos cursistas postaram dois ou mais arquivos do GeoGebra, assim o primeiro arquivo ficou dominado C1 e suas produções ficaram dominadas C1P1, C1P2 e assim foi feito para todos os documentos das postagens dos cursistas vinculados cada um com suas produções no GeoGebra, como ilustra a Figura 21:

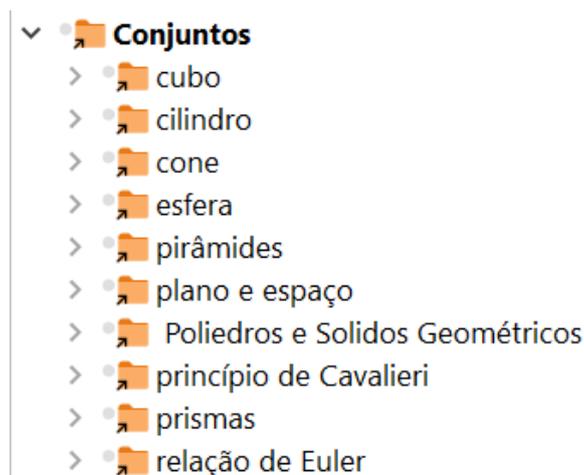
Figura 21 : Código de identificação das postagens

•	📄	C1	arquivo com a publicação do cursista importada com o <i>web colector</i>		
•	🖼️	C1P1	prints das construções do cursista	0	
•	🖼️	C1P2		0	
•	📄	C2		13	
•	🖼️	C2P1		0	
•	🖼️	C2P2		0	
•	🖼️	C2P3		0	

Fonte: Print de tela

A partir das primeiras leituras dos documentos conforme a unitarização segundo Moraes e Galiazzi (2016), percebemos que seria interessante separar os documentos por tipos, ou seja, por tópicos de conteúdos da matemática que são por convenção utilizados no ensino de geometria espacial. Então criamos os conjuntos cubo, cilindro, cone, esfera, pirâmides e prismas, e agrupamos os documentos respectivamente em seus conjuntos.

Figura 22: Conjuntos de documentos agrupados por conteúdo.



Fonte: Print de tela

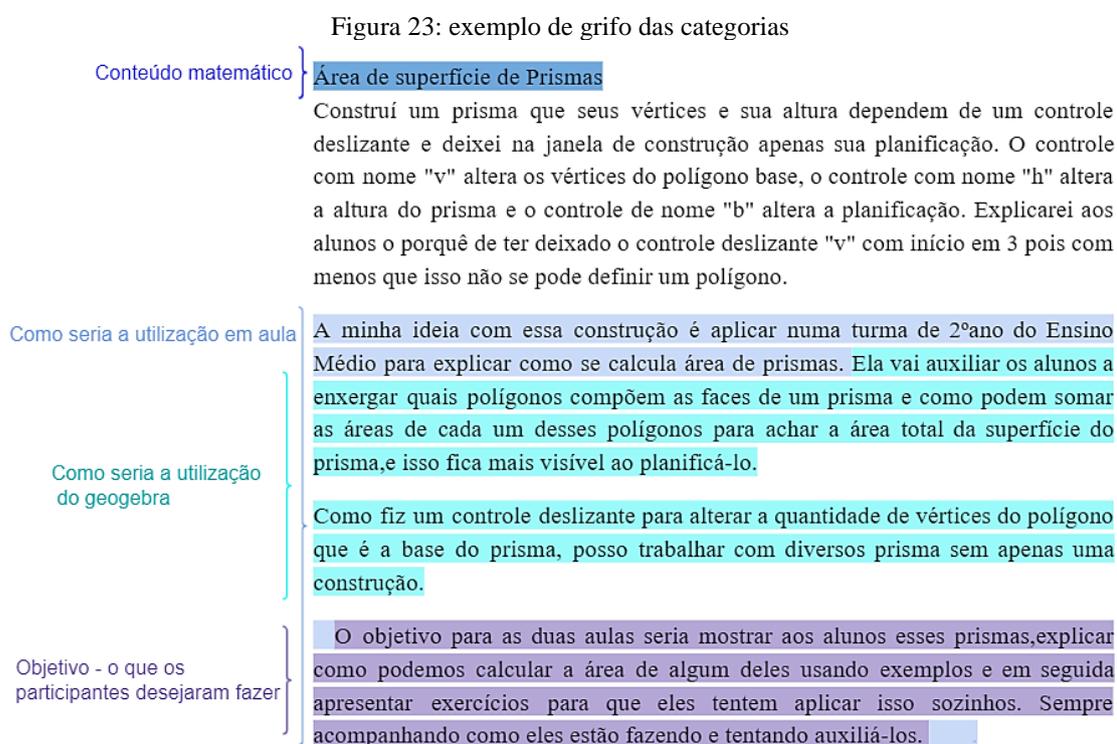
De acordo com as particularidades dos textos dos cursistas percebemos que outros conjuntos precisavam ser criados. Então criamos os conjuntos plano e espaço, Poliedros e Sólidos Geométricos, Princípio de Cavalieri e Relação de Euler. Todos os documentos estavam agrupados por tópicos do ensino da geometria espacial.

Tendo esta etapa concluída começamos a categorizar os textos dos cursistas de maneira que pudéssemos conhecer melhor suas produções, isto é, observar suas características, identificar similaridades e particularidades, ler as produções mais de uma vez, para entrar no processo de imersão nos textos, a impregnação de acordo com Moraes e Galiazzi (2016). Chamamos aqui de categorias pois esta foi a forma de codificarmos as unidades de significado dos textos junto ao *MAXQDA*, embora neste momento a categorização seja parte do processo de impregnação com o texto-discurso dos participantes, pois

[...] o primeiro passo do ciclo de análise textual discursiva revela-se em um momento de intenso contato e impregnação com o material da análise, envolvimento que é condição para a emergência de novas compreensões. O processo necessita ser reinventado em cada pesquisa. Nesse sentido, mesmo que os passos possam transformar-se, especialmente a partir de uma vivência mais prolongada do pesquisador com a metodologia, é importante atingir um profundo envolvimento com os materiais submetidos à análise (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 42).

Para isso inspiramo-nos nas categorias criadas no estudo feito anteriormente em nosso trabalho de conclusão de curso (2018) em que buscamos reconhecer algumas das discussões e proposições dos participantes de uma das edições do curso de GeoGebra e chegamos a quatro categorias advindas dos textos dos participantes. As categorias estavam relacionadas com o objetivo do participante naquela determinada postagem, ao ponto de partida do conhecimento matemático que foi utilizado para a construção, ao recurso do

GeoGebra que foi usado na construção, e a como essa atividade deverá ser usada na sala de aula pelo professor.



Fonte: a autora

Dessa forma criamos quatro categorias relacionadas às intenções dos cursistas quanto a utilização do seu arquivo em uma aula de matemática baseados nos textos-discursos em suas postagens:

Figura 24: Primeira categorização

- ▼  Categorias baseadas em Bragagnollo (2018)
  - Conteúdo matemático
  - Objetivo - o que os participantes desejaram fazer
  - Como seria a utilização em aula
  - Como seria a utilização do geogebra

Fonte: Print de tela

Na primeira categoria, intitulada *Conteúdo matemático*, marcamos todos os trechos nos textos-discursos dos participantes que destacavam qual conteúdo matemático foi utilizado pelo cursista para fazer a sua construção e que ele pretendia trabalhar com seus alunos.

Na segunda categoria, intitulada *Objetivo- o que os participantes desejaram fazer*, nossa intenção foi destacar qual ou quais foram os objetivos dos cursistas em relação a sua

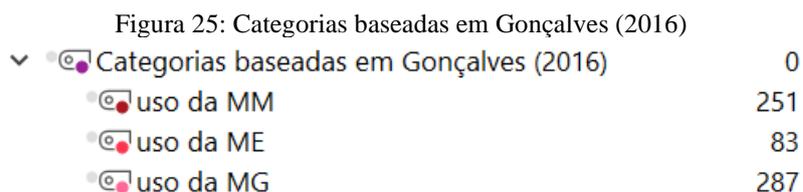
aula com base nas análises dos textos-discursos de suas postagens. Codificamos todos os trechos que em nossa análise se encaixavam nesta categoria.

A terceira categoria, intitulada *Como seria a utilização em aula*, remete a como seria a aula que foi planejada pelos cursistas, marcamos todas as partes dos textos-discursos dos cursistas que informavam como seria sua aula.

Na quarta categoria, intitulada *Como seria a utilização do GeoGebra*, codificamos todos os excertos dos textos-discursos dos cursistas que informavam como o GeoGebra seria utilizado na aula que foi planejada.

Todo esse movimento descrito até aqui foi feito com a intenção de conhecer as produções dos cursistas caracterizando a imersão nos dados (MORAES; GALIAZZI, 2016) condição necessária para emergir novas categorias, e, corretas interpretações dos textos.

Passamos então a olhar para as produções de significados matemáticos, baseados em Gonçalves (2016), com a intenção de identificar o uso da MM, ME e MG nos textos discursos dos participantes. Criamos para isso, três categorias como mostra a Figura 25:



Fonte: Print de tela

Nessas categorias codificamos todos os trechos que indicassem o uso da linguagem da MM, da linguagem da ME e o uso da linguagem da MG. Isso quer dizer que apareceram mais de uma vez no texto-discurso dos participantes e em alguns casos as publicações não apresentavam os três modos de produção de significados matemáticos, entretanto, todas as produções apresentaram a MG. Essas categorias formam nossas unidades de significado conforme Moraes e Galiazzi (2016).

Após identificarmos o uso da MM, ME e MG, olhamos para os textos por completo e observamos qual a direção do trânsito entre esses modos de produção de significados matemáticos, isto é, em uma aula o professor transita por esses modos de produção de significado, podendo ele, por exemplo, partir da ME, usando analogias e dando exemplos em sua explicação, logo em seguida usar a MG para resolver um exercício com o mesmo tema, para no fim generalizar algo usando a MM. Então ele partiu da ME passou pela MG e finalizou a aula com a MM. Esse é um exemplo das direções que identificamos, formando assim, nossas categorias principais. Codificamos as direções que cada uma das produções apresentou, como mostra a Figura 26:

Figura 26: categorias direções do trânsito da produção de significados matemáticos

▼ DIREÇÕES DO TRÂNSITO	0
MG -> ME	5
MG -> ME -> MM	13
MG -> MM	59
MG -> MM -> ME	7
ME -> MG	6
ME -> MM -> MG	6
ME -> MG -> MM	11
MM -> MG	24
MM -> ME -> MG	4
MM -> MG -> ME	3

Fonte: Print de tela

Todas as 137 publicações foram marcadas com uma direção do trânsito entre as produções de significados matemáticos. A direção que apresentou um maior número de menções foi a que parte da MG e vai para a MM e a que menos foi citada foi a que parte da MM passa pela MG e finaliza com a ME. Chegamos então a um total de dez categorias para nossa análise.

## 7. ANÁLISE E DISCUSSÕES DAS CATEGORIAS

Nesta seção apresentamos nossas categorias, mostrando a linha que seguimos para definir as direções do trânsito entre os modos de produção de significados matemáticos defendidos por Gonçalves (2016), a Matemática do Matemático, a Matemática da Escola e a Matemática do GeoGebra nas produções dos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra referentes ao ensino de geometria espacial. Escolhemos uma publicação como exemplo para cada uma das categorias que detalhamos e apresentamos um quadro com os resumos das aulas descritas pelos professores em suas publicações nos fóruns da tarefa 3 do curso. Olhamos para essas descrições como professores interagindo com seus pares, produzindo novas perspectivas e vislumbrando cenários de aulas em que eles utilizariam o GeoGebra para contribuir com o ensino de matemática.

### 7.1 Da MG para a ME

Esta categoria expressa uma aula em que o professor usa, para ensinar, a Matemática do GeoGebra num primeiro momento e, em seguida usa a Matemática da Escola. A postagem C135 é um exemplo de uma aula com essa abordagem.

Quadro 5: texto da postagem C135

A minha ideia é levar somente um dos poliedros prontos e ensinar os alunos a construir os outros poliedros na primeira aula. Na segunda aula seria a montagem dos poliedros com papel e cola, os alunos copiarão a planificação dos poliedros em papéis coloridos com lápis e régua observando a planificação que eles mesmos criaram, depois recortariam e colariam para elaborar os poliedros para a Feira de Matemática.

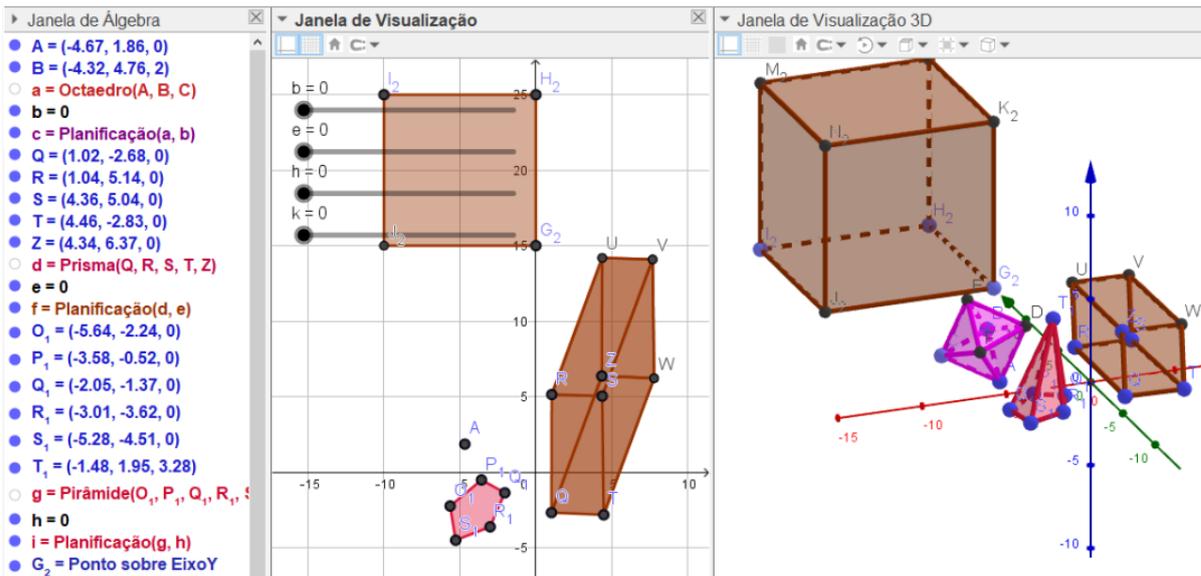
Tudo isso pode ser feito no mesmo arquivo, caso os alunos quiserem observar somente um poliedro durante a montagem eles podem clicar na Janela de Álgebra e clicar no poliedro que desejam fazer com que desapareça. E para saber como a planificação deve ficar após a montagem podem clicar no controle deslizante do respectivo poliedro. Dessa forma, não é necessário um arquivo para cada poliedro. A Aula seria para alunos do 2º ano do Ensino Médio.

Estou aberta a discussões.

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

O principal excerto que indica o uso da linguagem da MG pelos alunos, é: *“Tudo isso pode ser feito no mesmo arquivo, caso os alunos quiserem observar somente um poliedro durante a montagem eles podem clicar na Janela de Álgebra e clicar no poliedro que desejam fazer com que desapareça. E para saber como a planificação deve ficar após a montagem podem clicar no controle deslizante do respectivo poliedro. Dessa forma, não é necessário um arquivo para cada poliedro”*. Esse excerto está diretamente ligado à construção no GeoGebra, postada pelo cursista na descrição de sua aula.

Figura 27: Construção C135P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Na imagem de sua construção podemos observar a Janela de Álgebra ativa configurada para exibir os objetos por tipo, segundo o texto, para que os alunos possam ocultar ou mostrar os objetos de maneira rápida, clicando apenas na “bolinha” que acompanha o nome do objeto, as que estão azuis são objetos que estão exibidos e as que estão sem preenchimento são os objetos que estão ocultados. O texto descreve ainda que os alunos poderão interagir com o controle deslizante para visualizar a planificação do respectivo poliedro.

Os excertos que indicam a sequência do uso da linguagem da MG são: “*Para a primeira aula levarei um arquivo contendo o octaedro, prisma e a pirâmide*” e “*A minha ideia é levar somente um dos poliedros prontos e ensinar os alunos a construir os outros poliedros na primeira aula*”. Percebemos que o GeoGebra será usado como estratégia inicial na aula sobre poliedros, e depois seriam feitos de papel, indicando o uso da ME: “*Na segunda aula seria a montagem dos poliedros com papel e cola, os alunos copiariam a planificação dos poliedros em papéis coloridos com lápis e régua observando a planificação que eles mesmos criaram, depois recortariam e colariam para elaborar os poliedros para a Feira de Matemática*”.

No Quadro 6 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MG → ME:

Quadro 6 : Resumos das aulas MG → ME

Identificação	Resumo da aula
C5	Primeiramente seria abordado o funcionamento do GeoGebra, seguido da manipulação pelo aluno de um arquivo previamente construído, para que com essa manipulação os alunos possam alterar medidas e formas, e visualizar a planificação de prismas e pirâmides.
C52	Construção de poliedros com a planificação controlada por controles deslizantes e posterior atividade que remeta a situações do dia a dia que se pode ver/utilizar as construções realizadas.
C84	Os alunos fariam a construção de poliedros no <i>smartphone</i> , assim como a planificação para comparar as áreas das faces triangulares de poliedros.
C128	Os alunos iriam visualizar o arquivo pronto, observando a variação do controle deslizante para a visualização, abstração e interpretação dos estudantes sobre prismas e pirâmides.
C135	Os alunos construiriam poliedros com o GeoGebra com a planificação e depois construiriam esses mesmos poliedros em papel a partir das planificações.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria o uso da MG se destaca com a construção de poliedros feita pelos alunos, com a manipulação dos controles deslizantes para a planificação de poliedros e de prismas e pirâmides. Somente uma postagem descreve que abordaria o funcionamento do GeoGebra antes da sua utilização, entendemos que esta estratégia proporciona o reconhecimento das funções básicas do *software* encorajando os alunos a utilizarem outras funções além das que seriam utilizadas nas atividades. Observamos que nas propostas dos cursistas, a função principal do *software* nas aulas seria a visualização dos objetos tridimensionais e do movimento de planificação, para reconhecimento, interpretação e comparação.

## 7.2 Da MG para a ME e para a MM

Esta categoria expressa uma aula que se inicia com a MG, durante a aula é usado a linguagem da ME e a aula é finalizada com a MM. Um exemplo de uma aula com essa dinâmica é a postagem C59.

Quadro 7: texto da postagem C59

Análise do Volume da Pirâmide através do Prisma

Olá, colegas e professores,

Para esta tarefa, pensei na análise do volume da pirâmide, neste caso do tetraedro. O objetivo é fazer com que os alunos percebam que o volume da pirâmide é  $\frac{1}{3}$  do volume do prisma e, por isso na fórmula tem que dividir por 3. Como são duas aulas, a primeira será exploratória e a segunda confirmarei a eles, através da construção, que cabem 3 pirâmides dentro do prisma de mesma base e mesma altura e, por isso divide-se por 3 na fórmula.

- Aula 1: nesta aula pedirei aos alunos para fazerem a construção nos celulares através do aplicativo 3D Calculator.

Construí os pontos A e B com a ferramenta ponto;

Cliquei na ferramenta reflexão em relação a uma reta e fiz a reflexão de A e B em relação ao eixo y (em verde), criando A'e B'. Desta forma eu garanto que a distância entre AB e A'B' será a mesma;

Cliquei na ferramenta polígono regular e criei os triângulos ABC e A'B'D;

Desabilitei os eixos e malha para melhor visualização;

Cliquei na ferramenta fazer extrusão para pirâmide e depois no triângulo ABC, criando a pirâmide de uma altura qualquer, neste caso 6;

Cliquei na ferramenta fazer extrusão para prisma e depois no triângulo A'B'D, criando o prisma de mesma altura que a pirâmide, no caso 6;

Cliquei na ferramenta volume e depois no prisma e na pirâmide;

Por fim pediria aos meus alunos que observassem esses dois poliedros e descobrissem a relação entre eles mexendo nos pontos A e B;

Ao final da aula, todos teriam que ter percebido que "aparentemente" o volume do prisma é o triplo do volume da pirâmide.

- Aula 2: nesta aula irei mostrar com outra perspectiva o porquê do volume da pirâmide ser  $\frac{1}{3}$  do volume do prisma. No meu plano faria a construção em aula e pediria para que os alunos ficassem atentos a ela.

Cliquei em exibir, abri a janela de visualização 3D e fechei a janela de visualização;

Criei os pontos A e B;

Com a ferramenta polígono regular criei o triângulo ABC;

Criei o ponto D e reposicionei de tal forma que ficou acima do ponto A ;

Cliquei na ferramenta prisma e depois o ponto D, para que esta seja a altura do meu poliedro;

Desabilitei os eixos e a malha para uma melhor visualização.

Com a ferramenta pirâmide cliquei nos pontos A,B,C e depois no D para altura.

Mudei as faces e as arestas da pirâmide para a cor vermelha;

Com a ferramenta pirâmide cliquei nos pontos C,D,F e depois no E para altura;

Mudei as faces e as arestas da pirâmide para a cor azul;

Com a ferramenta pirâmide cliquei nos pontos B,C,E e depois no D para altura;

Mudei as faces e as arestas da pirâmide para a cor amarelo;  
Com a ferramenta volume cliquei nas 3 pirâmides para conferir o volume delas e, por fim mudei o nome para pirâmide azul, vermelha e amarela;

Com essa construção seria possível que como cabem 3 pirâmides logicamente o volume do prisma é o triplo de uma.

Ao final, falaria aos meus alunos que isto vale para pirâmides de qualquer base, ou seja, o volume de uma pirâmide de uma base qualquer é sempre  $\frac{1}{3}$  do volume do prisma de mesma base e mesma altura da pirâmide.

Aqui segue o link da construção da aula 1 no celular:

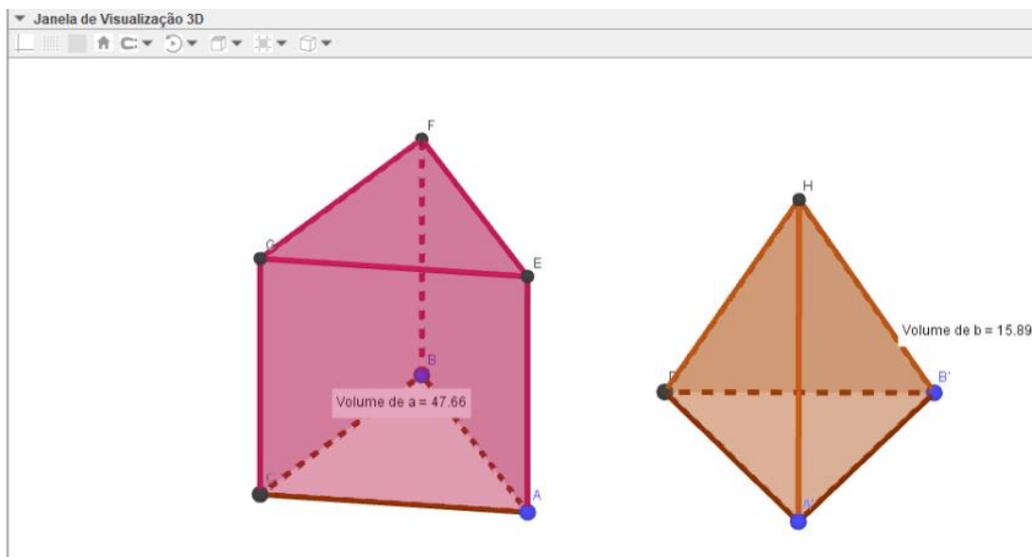
<https://www.GeoGebra.org/m/qu9udxjn>

Depois segue o arquivo da aula 1, construção no computador, e o da aula 2.

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

O excerto “*Aula 1: nesta aula pedirei aos alunos para fazerem a construção nos celulares através do aplicativo 3D Calculator. [...] Por fim pediria aos meus alunos que observassem esses dois poliedros e descobrissem a relação entre eles mexendo nos pontos A e B*” indica o uso do GeoGebra no início da aula, onde os alunos construiriam a pirâmide e o prisma seguindo os passos descritos pela professora. A cursista disponibilizou a construção, como podemos ver na Figura 28:

Figura 28: Print da construção C59P1

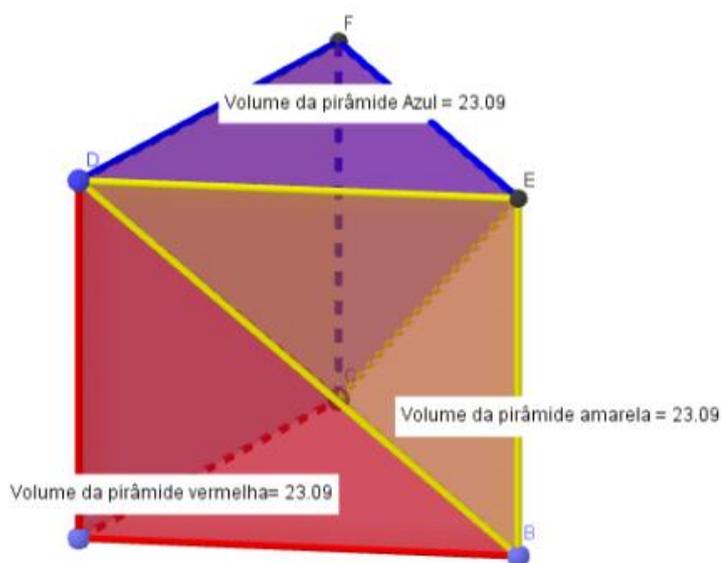


Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Em sua descrição, os alunos manipulariam os pontos A e B, e comparariam os valores dos volumes dos objetos, e se espera que eles possam perceber a relação entre eles.

Na descrição do uso do segundo arquivo, ao escrever “Aula 2: nesta aula irei mostrar com outra perspectiva o porquê do volume da pirâmide ser  $1/3$  do volume do prisma. No meu plano faria a construção em aula e pediria para que os alunos ficassem atentos a ela. [...] Com essa construção seria possível que como cabem 3 pirâmides logicamente o volume do prisma é o triplo de uma”. Entendemos que a cursista quis expressar que com a construção é possível perceber que, como cabem 3 pirâmides no prisma então o volume do prisma é o triplo do volume da pirâmide. O que pode ser confirmado com sua escrita logo no início da postagem “confirmarei a eles, através da construção, que cabem 3 pirâmides dentro do prisma de mesma base e mesma altura e, por isso divide-se por 3 na fórmula.” Podemos ver na Figura 29, que foram construídas 3 pirâmides “dentro” do prisma.

Figura 2925 : print da construção C59P2



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

A expressão “cabem 3 pirâmides dentro do prisma” indica o uso da ME na explicação da aula. O excerto “Ao final, falaria aos meus alunos que isto vale para pirâmides de qualquer base, ou seja, o volume de uma pirâmide de uma base qualquer é sempre  $1/3$  do volume do prisma de mesma base e mesma altura da pirâmide” indica a finalização da aula com a MM, pois a professora apresenta uma generalização para o caso do volume de uma pirâmide em relação ao volume do prisma de mesma base e altura.

No quadro 8 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MG → ME→MM:

Quadro 8 : Resumos das aulas MG → ME →MM

Identificação	Resumo da aula
C12	Inicialmente a construção seria utilizada como recurso visual para ilustrar a área total e lateral e o volume de prismas e pirâmides, utilizada para motivação e comparação e depois para a dedução dos cálculos das áreas e dos volumes.
C16	Seria mostrado o arquivo para os alunos, para despertar a curiosidade e motivar, com a movimentação dos controles deslizantes, na sequência seria levantado questionamentos sobre onde existem objetos que se parecem com o formato pirâmides além do Egito. Por fim os alunos construiriam outras pirâmides e se discutiria sobre a altura de pirâmides.
C33	Construiria com os alunos um cubo e quantas pirâmides de base quadrada que cabem dentro do cubo, os alunos veriam que são 3, então explicaria a fórmula do volume da pirâmide é $\frac{1}{3}$ do volume do cubo.
C39	Os alunos acessariam um arquivo pronto onde poderiam modificar os controles deslizantes, assim poderiam observar o sentido do volume do prisma, que o volume é o espaço que ele ocupa, e posteriormente seria feito então uma generalização do volume do prisma.
C41	Os alunos iriam abrir o arquivo e movimentar os controles e observar as construções, em seguida o professor iria fazer perguntas sobre a construção, sobre as características da pirâmide buscando a reflexão dos alunos, seriam apresentadas as definições, formalizar as ideias e discutir a relação de Euler
C43	Os alunos iriam acessar o projeto e observar a montagem da figura em 3D e teriam que identificar faces, arestas e vértices.
C44	Os alunos iriam fazer as construções, o professor faria uma série de questionamentos para que os alunos associassem semelhanças e diferenças entre poliedros e não poliedros, e prismas e pirâmides, sobre seus formatos e suas características. Seria trabalhado o cálculo de áreas e volumes para minimizar o custo com embalagens por exemplo.
C51	Os alunos visualizariam a construção para entender a transformação de uma figura plana em espacial. Então os alunos observariam a rotação de um triângulo para a formação de um cone, sendo trabalhado a questão da geratriz, que é a hipotenusa do triângulo.
C56	Apresentaria a construção e iria variando a quantidade de lados, a medida dos lados da base, a altura e em cada figura formada utilizar o controle deslizante b para verificar a planificação, onde os alunos iriam visualizar essa variação e varia-se a altura ou um dos lados e verifica-se a porcentagem de variação da área, que pode ser anotada com os dados da janela de álgebra pela área da figura a e por uma regra de três simples
C59	Os alunos fariam a construção no aplicativo do celular, e iriam perceber e discutir que cabem 3 pirâmides dentro do prisma e por fim pirâmides de qualquer base, ou seja, o volume de uma pirâmide de uma base qualquer é sempre $\frac{1}{3}$ do volume do prisma de mesma base e mesma altura da pirâmide.
C73	Os alunos iriam interagir com a construção movendo os controles, durante a exploração o professor faria questionamentos sobre a construção para os alunos, e seria discutido os conceitos de vértices arestas, altura, largura, ponto e segmento.
C109	O aluno construiria um cubo que seria utilizado para a resolução de um problema, para que pudesse compreender por meio de uma visualização, utilizando a construção de uma situação como exemplo.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria o GeoGebra foi usado de três formas, como recurso para a visualização, para a construção e para a interação com arquivo pronto. Com destaque para o conteúdo de volumes de prismas e pirâmides, e dos seus elementos como vértices, arestas e faces. A MG aparece com a movimentação dos controles deslizantes pelos alunos para a percepção da variação de parâmetros, com a ilustração de definições e de objetos matemáticos e na construção de prismas e pirâmides. Percebemos que nesta categoria a visualização/observação do arquivo foi citada na maior parte das propostas de aula.

### 7.3 Da MG para a MM

Esta categoria apresenta uma aula com uma abordagem em que a MG é usada em um primeiro momento e depois se usa a MM para finalizar a aula. A postagem C80 é um exemplo de uma aula com essa perspectiva de ensino.

Quadro 9: Texto da postagem C80

Características das Pirâmides Regulares

Olá! Primeiramente, apresento o roteiro de construção e após a proposta didática, com as construções.

Roteiro de Construção [...]

Planejamento Didático

Conceitos abordados:  
 \*Pirâmide Regular \*Base \*Altura \*Vértices \*FACES \*Arestas \*Apótemas \*Áreas \*Caso particular: Tetraedro

Recurso: Software GeoGebra

Objetivo: Identificar as principais características das pirâmides regulares através do software GeoGebra.

Objetivos Específicos:

Identificar a base, as faces laterais, os apótemas e a área de diferentes pirâmides;

Identificar que qualquer pirâmide possui um único vértice, além dos vértices da base, e as faces laterais sempre serão triangulares.

Descrição Atividade 1:

Para dar conta dos objetivos, vou disponibilizar as construções prontas de acordo com o Roteiro de Construção, e os estudantes, em duplas, terão a possibilidade de fazer movimentações nas janelas de álgebra, de visualização e de visualização 3D do software, planificar as figuras e modificar, com os controles deslizantes, o número de lados ( $l$ ), o raio ( $r$ ), a altura da pirâmide ( $h$ ) e a abertura da planificação ( $p$ ).

Como primeira atividade, proponho um quadro que deve ser preenchido pelos estudantes, a fim de que identifiquem as características das pirâmides. Além disso, pretendo dar início a uma discussão a respeito do caso particular dos tetraedros. Para tanto, serão guiados pela seguinte construção:

Diagrama de controles deslizantes para a construção de uma pirâmide. São mostrados três controles deslizantes horizontais. O primeiro, rotulado 'r = 1', tem um ponto preto no meio. O segundo, rotulado 'l = 5', tem um ponto preto no meio. O terceiro, rotulado 'p = 0.01', tem um ponto preto no meio.

Modelo 3D de uma pirâmide verde. O vértice superior é rotulado com a letra 'v'. A base é um polígono de cinco lados. As arestas laterais conectam o vértice 'v' aos vértices da base.

Atividade 1: Dadas as pirâmides e suas planificações no software GeoGebra, complete o quadro abaixo, através de manipulações e observações no software. Antes de dar início as tarefas do quadro, manipule os controles deslizantes, denominados de  $r$ ,  $l$  e  $p$  e verifique o que cada um representa.

N° de lados da base	N° de faces	Vértices	Arestas	Denominação da pirâmide

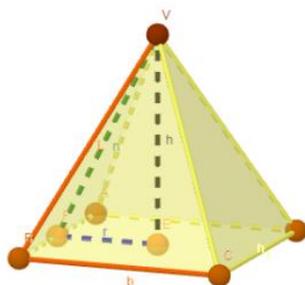
- a) De acordo com suas observações e com o que completou no quadro, o que pode afirmarem relação ao número de lados da base e o número de faces da pirâmide?
- b) E sobre o número de vértices?
- c) Cada face tem quantas arestas? Que relação você poderia utilizar para calcular a quantidade de arestas de qualquer pirâmide?
- d) Quando os controles deslizantes estão em  $l=3$  e  $p=0$ , que figura você identifica? Lembra-se de alguma outra relação já construída no estudo de outros conceitos geométricos?
- e) Por que quando  $r=0$ , não visualizamos a pirâmide?

Observação 1: A intenção com o uso do quadro, é que através dele os estudantes consigam refletir sobre as relações que sempre vão existir quando trata-se do estudo de pirâmides regulares.

Observação 2: A coluna destinada ao nome das pirâmides, deve ser completada com o auxílio do professor ou então com uma atividade de pesquisa.

Descrição Atividade 2:

Na Atividade 2, as visualizações e manipulações no software serão guiadas pela Construção 2. Saliento que esta, caracteriza-se como uma atividade exploratória, visto que busca mostrar, de maneira mais dinâmica, para os estudantes, como identificar e reconhecer características das pirâmides regulares que os levarão a calcular sua área.



Atividade 2: Primeiramente, observe a construção 2, disponível no GeoGebra. E vamos discutir sobre algumas questões:

- a) De acordo com o que desenvolvemos na Atividade 1, o que você afirma sobre os segmentos  $b$  e  $L$ ?
- b) O que representam os segmentos  $h$ ,  $r$  e  $n$ ?
- c) Considerando que a área total de uma pirâmide corresponde a reunião da área lateral ( $A$ ) com a área da base ( $A_b$ ), ou seja,  $A_t = A_l + A_b$ , como calculamos essas áreas para as diferentes

pirâmides? O que você acredita que vai variar de uma pirâmide quadrangular para uma pirâmide pentagonal, por exemplo?

Ao final desta atividade, não espera-se que os estudantes saibam tudo a respeito do cálculo das diferentes áreas das pirâmides, mas que, pelo menos, consigam identificar as diferenças existentes entre elas. Por exemplo, que o cálculo da área da base de uma pirâmide hexagonal não vai ser o mesmo de uma pirâmide quadrangular pois, primeiramente, o cálculo da área que um quadrilátero é diferente do de um hexágono e, ainda, o número de faces aumenta e como consequência modifica o cálculo da área lateral.

Segundo a descrição o cursista pretende usar a construção logo no início de sua aula usando assim, a MG, de acordo com o excerto “*vou disponibilizar as construções prontas de acordo com o Roteiro de Construção, e os estudantes, em duplas, terão a possibilidade de fazer movimentações nas janelas de álgebra, de visualização e de visualização 3D do software, planificar as figuras e modificar, com os controles deslizantes, o número de lados ( $l$ ), o raio ( $r$ ), a altura da pirâmide ( $h$ ) e a abertura da planificação ( $p$ )*”. Fica claro que os alunos precisam explorar a construção no início da aula.

O texto segue com “*Como primeira atividade, proponho um quadro que deve ser preenchido pelos estudantes, a fim de que identifiquem as características das pirâmides. Além disso, pretendo dar início a uma discussão a respeito do caso particular dos tetraedros*”. Na sequência é proposto duas atividades que contém perguntas relacionadas ao número de vértices, arestas, cálculo de áreas lateral e total de pirâmides regulares, apontando para o uso da MM, que é comprovado quando escreve que os alunos identifiquem “*que o cálculo da área da base de uma pirâmide hexagonal não vai ser o mesmo de uma pirâmide quadrangular pois, primeiramente, o cálculo da área que um quadrilátero é diferente do de um hexágono e, ainda, o número de faces aumenta e como consequência modifica o cálculo da área lateral*”.

No Quadro 10 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MG → MM:

Quadro 10 : Resumos das aulas MG → MM

Identificação	Resumo da aula
C2	Inicialmente seria exibido duas construções e a partir da variação dos controles deslizantes os alunos veriam a demonstração da fórmula do volume do cilindro e do cone e teriam que encontrar a relação ente eles.
C6	Os alunos receberiam quatro arquivos do GeoGebra para explorarem, o professor apresentaria as definições de poliedros convexos e não convexos e a relação de Euler para completarem uma tabela.
C7	Seria mostrado para os alunos o arquivo que contém um prisma de altura e número de vértices da base que variam por controles deslizantes, seriam feitas observações sobre os polígonos das faces e o cálculo da área de cada face e área total, observando a planificação e depois seria resolvido exercícios.
C8	Passaria para os alunos um arquivo inicial contendo o tetraedro planificado com controle deslizante, a circunferência da base circunscrita e inscrita, para que os alunos possam verificar todas as faces em um mesmo plano como também mexer no controle deslizante e ver o tetraedro sendo construído. Posteriormente seria feito o cálculo da área total e o volume do tetraedro no segundo arquivo.
C9	Os alunos iriam interagir com o arquivo partindo de conhecimentos prévios que seriam lembrados e revisados e em seguida iriam tentar deduzir a fórmula do volume da esfera.
C13	A partir de uma lista de controles deslizantes, os alunos iriam controlar o número de lados, o raio e a altura do prisma, sendo que o objetivo da construção é demonstrar as fórmulas de área das figuras planas através da base do prisma e mostrar como se calcula o volume.

C14	Seriam mostrados para os alunos dois arquivos, um sobre prismas e outro sobre pirâmides, a partir dos quais seriam trabalhados vários assuntos como, planificação, área, volume, relação de Euler entre outros. Sendo que inicialmente seria mostrado o efeito dos controles deslizantes e se possível a exploração dos arquivos pelos alunos e depois partir para o conteúdo.
C15	Apresentaria a construção para os alunos e eles teriam que fazer uma construção de um prisma e na segunda aula, examinaria a construção e discutiria a respeito da área, perímetro e volume da construção. Deixando que cada um calculasse sua própria construção.
C18	Seria apresentada a construção com a planificação do cubo e após discussões os alunos teriam que calcular a área em seguida seria apresentado o arquivo com a pirâmide e eles teriam que deduzir a planificação e em seguida confirmar com a manipulação dos controles deslizantes no software.
C22	Primeiro eles iriam explorar o arquivo e depois deveriam deduzir a fórmula do volume da esfera pelo volume da anticlepsidra.
C24	Os alunos iriam construir uma pirâmide em que os pontos que a formarão são dados pelo cruzamento de retas com posições pré-estabelecidas para desenvolver conhecimentos de retas, pontos, figuras 2d e 3d.
C27	Os alunos manipulariam um arquivo com um cilindro, um cone, um prisma, uma pirâmide e seus volumes, alterados pela variação das dimensões. O intuito seria fazer o aluno perceber que a pirâmide e o cone são a terça parte do volume do prisma e do cilindro, respectivamente, por isso que a fórmula para cálculo só se difere pela divisão por 3.
C28	Os alunos iriam acessar o arquivo para visualizar e entender o conceito de diagonal da base de um bloco retangular.
C29	Mostraria a construção para os alunos para visualizarem que o volume de um prisma regular inscrito em um cilindro tende a se igualar ao volume do cilindro, com o aumento do número de lados do prisma regular.
C35	Os alunos iriam manipular o arquivo para entender que o volume de uma pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ do volume de um prisma de mesma base e mesma altura e após seria passado a demonstração formal.
C38	Os alunos iriam manipular a construção com o objetivo de compreender o conceito de volume da pirâmide, e relacionar a movimentação dos pontos com a expressão que descreve o volume da pirâmide.
C45	Os alunos iriam visualizar as construções, que utilizam a janela de visualização e a janela de visualização 3D, enquanto seria explicado o conteúdo sobre poliedros, suas características e elementos.
C48	Os alunos teriam acesso a um arquivo e a um roteiro a ser seguido, onde a manipulação do arquivo aconteceria de maneira guiada pelo roteiro para que assim os alunos visualizem a variação dos elementos como raio e altura em relação ao volume de cilindros e posteriormente eles deverão encontrar uma generalização para os casos estudados e resolver uma situação problema envolvendo volume de um tanque circular.
C49	Os alunos iriam construir no GeoGebra um cubo com o auxílio do professor e posteriormente seriam abordados os conceitos de vértices, arestas, faces e do volume, sendo apresentado a fórmula para eles relacionarem com a construção.
C54	Primeiramente seria apresentado no projetor a construção de três sólidos onde seria discutido os elementos desses sólidos, e os alunos iriam realizar a construção de poliedros em duplas no celular
C57	Seria usado o projetor para explicar sobre o manuseio do GeoGebra, com a construção de uma pirâmide falando de suas variáveis, seria explicado o passo a passo das construções para depois os alunos construírem um cilindro, verificando sua variação e dimensão.
C60	Primeiramente seria usado o GeoGebra para um resgate de conteúdo envolvendo polígonos regulares, na sequência utilizaria diversos tipos de pirâmides com animações e definiria a pirâmide e suas características buscando desenvolver abstração.
C61	Os alunos iriam explorar o arquivo e em seguida o professor abordaria os elementos do prisma e depois os alunos resolveriam exercícios.
C62	Primeiramente mostraria o arquivo com um prisma de base triangular sem a planificação, mostrando seus elementos, depois mostraria como são prismas com outras bases a partir de

	controles deslizantes, mostraria a diferença entre um prisma reto e um oblíquo, com a planificação e os alunos calculariam a área.
C63	Mostraria a primeira construção com um projetor para trabalhar prismas mostrando seus elementos e classificação com o controle deslizante, apresentaria planificação para abordar a área lateral e total. Disponibilizaria a segunda construção e pediria que identifiquem o tipo de prisma e calculem área da base lateral e total, conferindo o resultado no GeoGebra.
C65	Os alunos iriam construir no GeoGebra poliedros e verificar manualmente a contagem de vértices arestas e faces e usar o GeoGebra para criar essa contagem de maneira automática.
C66	Mostraria a construção com prismas para os alunos com a planificação e abordaria área lateral e total, fazer o mesmo com as pirâmides
C67	Os alunos iriam seguir o roteiro e construir blocos empilhados em forma cúbica, seria explicado as unidades de volume $m^3$ , $cm^3$ e $dm^3$ e unidade de capacidade litro l, e questioná-los de que forma a construção no GeoGebra se relaciona com o assunto.
C68	Apresentaria o passo a passo da construção em um projetor e trabalharia conceitos como ponto retas e planos, e em seguida os alunos fariam dois exercícios, no exercício 1 é apresentado um cubo e fixado alguns pontos para identificação de pontos colineares e coplanares. No exercício 2 é apresentado um prisma e fixado alguns pontos para identificação de planos.
C70	O arquivo com a planificação de um cilindro seria disponibilizado para os alunos nos computadores da escola e eles iriam investigar a construção e modelar uma equação para a obtenção da área de um cilindro qualquer.
C74	Os alunos iriam construir em duplas um cone com controles deslizantes que alteram raio e altura, seguindo o roteiro, mostraria ao aluno que não existe proporcionalidade entre o raio e o volume, e já a altura e o volume sim. E por fim calcular o tronco do cone.
C78	Os alunos iriam seguir o passo a passo mostrado pelo professor e construir um prisma com sua planificação e a partir dessa construção eles iriam reconhecer um prisma, quantificar o número de vértices, faces e arestas de acordo seu polígono da base. Depois repetiriam o processo criando uma pirâmide.
C80	Os alunos iriam manipular a construção, movendo os controles para variar as dimensões das pirâmides e para planificá-la. Depois iriam preencher um quadro com as características das pirâmides e responder perguntas voltadas para o conteúdo a fim de identificar e reconhecer características de pirâmides e calcular sua área.
C86	Os alunos iriam construir junto aos professores um quadrado e em seguida um cubo e seria trabalhado características de figuras planas e espaciais, explorando também área perímetro e volume.
C88	Minha ideia é projetar o arquivo para os alunos, e com o auxílio de uma calculadora e fazendo aproximações, fazer alguns exemplos para encontra a altura da pirâmide em alguns casos particulares e após isso pedir para que os alunos deduzam a fórmula da altura da pirâmide manipulando o arquivo em laboratório, em uma aula seguinte poderíamos fazer o mesmo para deduzir a altura do cone
C89	Os alunos vão baixar a construção e usar o controle deslizante conforme o roteiro e em seguida preencher uma tabela com número de faces, arestas, vértices e número de lados da base do prisma e da pirâmide e determinar o número de vértices em função de n, deverão também manipular outro arquivo e calcular o volume.
C91	Construir com os alunos em um projetor um cubo com sua diagonal, lembrando primeiramente o que é um polígono, e depois mostrando o poliedro explorar a planificação e os elementos do cubo e mostrar a fórmula da diagonal do cubo
C93	Os alunos iriam visualizar o arquivo para tentar encontrar a área e volume de uma pirâmide, em seguida seria feita a manipulação do arquivo para encontrar esses valores e apresentar esses cálculos na lousa aliados com a visão da planificação.
C95	Os alunos iriam visualizar as construções e a manipulação de cada arquivo onde seria explorada a classificação, seus elementos, a área e o volume de prismas. Espera-se que os alunos possam chegar as fórmulas através das simulações nas construções
C100	Os alunos acessariam os arquivos e manipulariam livremente para observar características e contar vértices faces e arestas, e observar a planificação, seria trabalhado a relação de Euler

C101	Os alunos estariam livres para manipular o arquivo que também seria exibido no projetor, e seria trabalhado as dimensões pelo controle deslizante, a relação de Euler e a planificação de prismas e pirâmides.
C106	Primeiramente seria mostrado a construção no projetor e explicado propriedades dos polígonos em seguida os alunos teriam contato com a construção interagindo com a planificação e os controles e depois iriam calcular o volume de prismas e de outros poliedros.
C107	Os alunos vão construir uma pirâmide utilizando o GeoGebra depois responder perguntas sobre o número de vértices faces e arestas das pirâmides
C110	Apresentar a construção e ir variando os elementos da figura e utilizar o controle deslizante b para verificar a planificação, para desenvolver a visão 3d nos alunos, e propor questões onde varia-se a altura ou um dos lados verifica-se a porcentagem de variação da área.
C111	Os alunos iriam construir um cilindro seguindo o roteiro e seria trabalhado área e o perímetro de uma circunferência, e com o volume e as áreas de superfície de um cilindro.
C113	Os alunos vão manusear e alterar as dimensões do prisma no GeoGebra onde será abordado os conceitos teóricos e em seguida o professor irá determinar 3 prismas e os alunos irão encontrar a área total e o volume
C114	Os alunos irão visualizar a construção e identificar os elementos de um bloco retangular, como vértices, faces arestas e ainda analisar a forma planificada
C115	Primeiramente seria apresentado o GGB para os alunos mostrando as principais ferramentas e as janelas para a familiarização com o software em seguida seria realizada a construção de um cubo e a realização de um exercício para encontrar os vetores da base do cubo que estará fixada.
C116	Os alunos irão visualizar a construção exibida em um projetor, exibido suas arestas faces vértices e áreas de pirâmides bem como a planificação e mostrar que que o volume da pirâmide de base quadrada e altura a mesma medida da aresta da base é um terço de um cubo que tenha a mesma altura da pirâmide de base quadrada. Com o mesmo arquivo iniciarei o conceito de cone com a ideia de aumentar o número de quantidades de lados da base da pirâmide. assim, a base ficará semelhante à de uma circunferência, o que é o método da exaustão para a demonstração da área da circunferência, mostrando o arquivo "método da exaustão". E após isto, os alunos irão abrir o outro arquivo chamado "cone" e poderão visualizar que quando uma pirâmide e um cone têm o mesmo raio na base - circunferência circunscrita do polígono da base- e a mesma altura, o volume da pirâmide se aproximasse ao volume do cone a partir do polígono da base com maior quantidade de lados.
C118	Os alunos iriam construir junto com o professor o arquivo de uma pirâmide pentagonal e seria trabalhado características, área e volume da pirâmide.
C119	Apresento na primeira os prismas e suas base, com a construção deles utilizando a rotação de pontos por meio da origem dependendo do raio e da quantidade de pontos. Já na segunda aula, porém com a mesma construção, verificar a área da base, o volume e como fica a planificação do objeto, através de um projetor
C121	Os alunos irão construir com base em um roteiro um cubo dado pelo produto notável $(a+b)^3$ com isto o aluno pode perceber que o produto notável $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ tem uma interpretação geométrica, isto é, o volume de um cubo de aresta $a+b$ é a soma dos cubos de aresta $a$ e aresta $b$ , com 3 prismas de dimensões $x$ a $x$ $b$ e 3 prismas de dimensões $x$ $b$ $x$ $b$ .
C123	O arquivo de um cubo será mostrado para os alunos e será explicado a definição de paralelepípedo os elementos do cubo, a área e o volume. Como exercício os alunos vão criar seu paralelepípedo calcular a área e volume e verificar na construção por meio dos controles deslizantes como ficaria seu paralelepípedo no GeoGebra.
C126	Os alunos após as explicações podem interagir com o arquivo e perceber as relações existente no prisma, como por exemplo a relação entre número de lados do polígono da base e o número de faces laterais, além de poder planificar diversos tipos de prismas. No outro arquivo, é uma aula sobre área e volume, onde apresento as fórmulas, explicaria como se calcula, e pediria a eles, para irem variando a altura, número de faces laterais, o tamanho, e irem fazendo os cálculos dos poliedros que fossem escolhendo e alterando, a fim de perceber as relações existentes, e o que pode ou não influenciar no valor da área e do volume.
C127	Os alunos em duplas utilizariam o ggb no celular para construir e planificar prismas utilizando o GeoGebra, para explorar os conceitos relacionados a área de prismas e volume.

C133	Criei uma construção para trabalhar com o 6º ano o conceito de multiplicação de frações. Para tanto, a construção apresenta três frações cujos numeradores e denominadores podem ser alterados utilizando-se controles deslizantes. As frações estão associadas às dimensões de duas figuras geométricas: a fração 1 está associada com o comprimento do quadrado e do cubo; a fração 2 está associada com a largura do quadrado e do cubo; e a fração 3 está associada com a altura do cubo. Os alunos iriam manipular a construção para entender sobre multiplicação de frações e o volume do cubo
C134	A minha ideia é levar o GeoGebra e construir esse arquivo em sala de aula explicando cada conceito necessário para a formulação da figura. A tela do GeoGebra será projetada a tela do meu computador para um Datashow para que os estudantes acompanhem a explicação de cada conceito utilizado. E trabalhar área e volume.
C136	A aula introdutória a proposta seria abordar através da construção e dos conhecimentos prévios dos alunos, a planificação desses sólidos, rever conceitos de vértice, aresta e faces desses sólidos e também, trabalhar o cálculo de área das da base e faces do cubo e do paralelepípedo. No segundo encontro, a proposta do uso da construção seria o cálculo da medida das diagonais de um cubo e de um paralelepípedo, assim como seus volumes.
C137	A primeira aula será ministrada com a professora utilizando o GeoGebra, demonstrando como funcionam as construções no retroprojetor. Os alunos contarão com a professora os vértices, as arestas, as faces laterais e a(s) base(s) e poderão relembrar os conceitos e relações envolvidos. Na outra aula, os alunos serão levados para o laboratório de informática, com as duas construções disponíveis para eles e terão de construir duas tabelas, uma relacionada aos prismas e a outra, às pirâmides

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria vinte e uma postagens iniciam a aula com um arquivo pronto que seria explorado pelo aluno, outras sete mencionam um arquivo que seria usado em algum momento da aula. Vinte e quatro postagens se iniciam com a visualização de um arquivo pronto ou mencionam a visualização, dezenove das propostas de aulas afirmam que as construções seriam feitas pelos alunos e percebemos que, dessas, fazer uma construção seguindo um roteiro foi sugerido 6 vezes. Três propostas descreveram que iniciariam a aula apresentando o *software* GeoGebra e suas funções. Notamos com isso que quando se trata de utilizar a MG precedendo a MM a maior parte dos professores preferiram iniciar a aula com uma construção pronta para os alunos manipularem ou visualizarem.

O GeoGebra foi usado nas postagens desta categoria para visualização, seja das características e elementos de prismas, pirâmides, poliedros; e pela dinamicidade, por permitir a manipulação das construções.

Com isso a MG aparece com a explicação do passo a passo de construções, nas construções feitas pelos alunos e principalmente com a exploração de arquivos prontos, de forma que os alunos poderiam interagir com as construções, observando a variação de volumes, planificações pela variação de controles deslizantes.

## 7.4 Da MG para a MM e para a ME

Esta categoria expressa uma aula que se inicia com o GeoGebra, durante a aula é usado a linguagem da ME e a aula é finalizada com a MM. Um exemplo de uma aula com essa dinâmica é a postagem C47.

Quadro 11: Texto da postagem C47

### Tarefa 3 - Áreas e Volumes de um Prisma

Boa tarde, caros cursistas,

Tendo em vista a BNCC e o recentemente publicado Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP), minha atividade tem como objetivo explorar as competências dos alunos nas unidades temáticas de Geometria e Grandezas e Medidas. Se destina à alunos da 2ª série do Ensino Médio e vou explorar o estudo e construção de figuras planas e poliedros, bem como áreas e volumes.

A atividade se baseia em construir um prisma de base triangular de  $30\text{cm}^3$  de volume e perceber com os alunos:

#### AULA 1: CONSTRUÇÃO DO PRISMA E CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME

- Como determinar as áreas deste prisma (área da base, área lateral e área total) e estender o conceito para cálculo das áreas de um poliedro;
- Como calcular o volume deste prisma e estender o conceito para o cálculo do volume de um poliedro qualquer;

#### AULA 2: RELAÇÃO ENTRE OS CÁLCULOS REALIZADOS NA AULA ANTERIOR E QUESTÕES COTIDIANAS.

- Relacionar o cálculo de áreas com situações cotidianas dos alunos, como o cálculo da área da casa deles, a área da sala de aula (pensando a sala como um poliedro) e assim sucessivamente.
- Relacionar o cálculo de volume com situações cotidianas dos alunos, como o quanto é  $1\text{m}^3$  de água, o que significa dizer que em uma cidade vai cair 10mm de chuva em um determinado dia e assim sucessivamente.

#### AULA 1:

O professor explica como funciona o GeoGebra e a Interface 3D.

#### PASSOS PARA CONSTRUIR O PRISMA DE BASE TRIANGULAR

1º Passo: Abrir o GeoGebra e a Janela de Visualização 3D; ocultar a malha e o eixo.

2º Passo: Obter os pontos  $A=(0,0,0)$ ,  $B=(4,0,0)$  e  $C=(2,3,0)$ , e com a ferramenta polígono, obter o triângulo ABC.

3º Passo: Obter o ponto  $C=(2,3,0)$ . Com a ferramenta prisma, selecionar o triângulo ABC e o ponto D, obtendo assim o poliedro Prisma. (Nesse instante, o professor propõe aos alunos os cálculos das áreas do prisma e de seu volume. Em seguida, vai para o passo 4 para obter esses valores na construção).

4º Passo: Clicar na ferramenta Volume para obter o volume do prisma e na ferramenta Área e no triângulo para obter a área da base do triângulo. Também pode-se clicar nos retângulos laterais do prisma e na ferramenta área, para obter as áreas laterais do prisma.

Nesse momento, o professor propõe para os alunos pensarem questões do cotidiano em que aparecem volumes, áreas, polígonos e poliedros. Para a aula seguinte, a tarefa é construir o poliedro que representa a sala de aula.

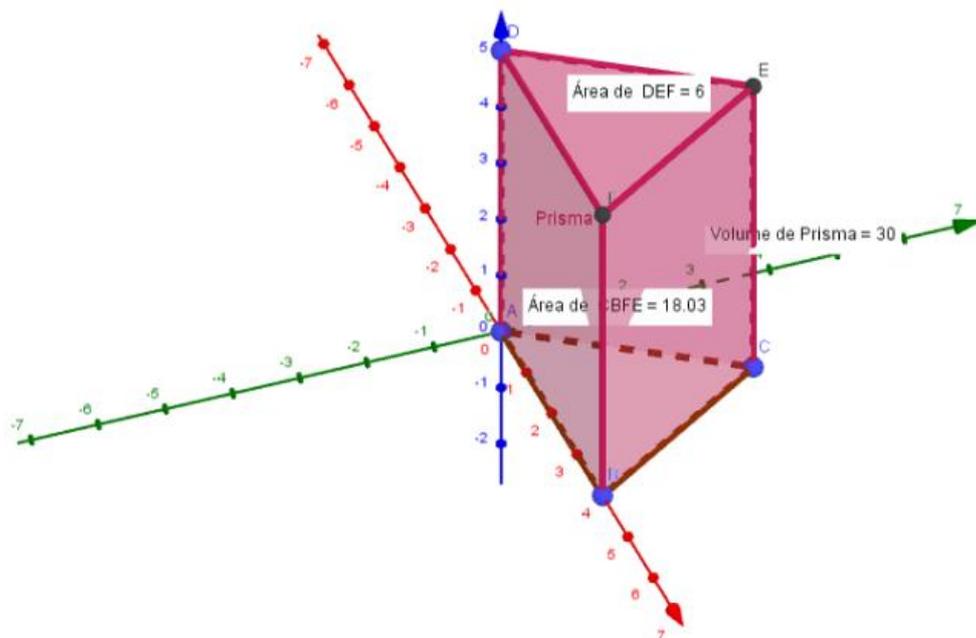
#### AULA 2:

Construir a sala de aula (que consiste de um paralelepípedo, e o trabalho e determinar suas dimensões).

Explorar questões cotidianas que envolvam os conteúdos trabalhados e determinar o quanto é  $1\text{m}^3$  de água.

Ao descrever sua aula, o cursista explicita que num primeiro momento o professor deve explicar o funcionamento e a interface do GeoGebra e, em seguida, construir a figura do prisma de base triangular, como mostra o print de sua construção, na Figura 30:

Figura 30: Print da construção C47P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Durante a realização da construção os alunos terão contato com a MG, e antes de finalizá-la, propõe-se “Nesse instante, o professor propõe aos alunos os cálculos das áreas do prisma e de seu volume. Em seguida, vai para o passo 4 para obter esses valores na construção”, usando assim a MM.

Na sequência, a descrição da aula aponta para o uso da ME: “o professor propõe para os alunos pensarem questões do cotidiano em que aparecem volumes, áreas, polígonos e poliedros. Para a aula seguinte, a tarefa é construir o poliedro que representa a sala de aula” assim como quando descreve os objetivos da aula, em “Relacionar o cálculo de áreas com situações cotidianas dos alunos, como o cálculo da área da casa deles, a área da sala de aula (pensando a sala como um poliedro) e assim sucessivamente” e “o quanto é  $1m^3$  de água, o que significa dizer que em uma cidade vai cair 10mm de chuva em um determinado dia e assim sucessivamente”, percebemos o uso da ME relacionado ao uso da MM.

No Quadro 12 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MG →MM→ ME:

Quadro 12 : Resumos das aulas MG →MM→ ME

Identificação	Resumo da aula
C32	a construção será apresentada aos alunos para ser trabalhada as vistas de prismas, reconhecimento de ponto reta e plano em sólidos geométricos, vértices faces e arestas e interpretação de plantas baixas. Posteriormente seria trabalhado a quantidade de tijolos, revestimento, área perímetro etc.
C47	primeiramente o professor iria explicar o funcionamento o ggb e o passo a passo da construção de um prisma de base triangular . Durante a construção o professor iria pontuando e propondo perguntas relacionadas ao cálculo de áreas e volumes e por fim calcular a área com situações cotidianas como da casa dos alunos e da sala de aula
C53	a construção será apresentada aos alunos e será trabalhado a ideia de volume e capacidade a partir de um cilindro e um cone. Então essas duas figuras juntas formariam uma terceira figura formando o silo de armazenagem de grãos, onde os alunos iriam calcular seu volume com o GeoGebra.
C55	os alunos acessariam a construção e seriam feitas perguntas como O que acontece quando se varia os parâmetros $n$ , $h$ e $r$ ? É possível calcular a medida do lado do polígono de $n$ lados dados o valor de $r$ ? espera se que o recurso visual desenvolva uma memória visual sobre o assunto.
C58	Construir três prismas separados: dois prismas de base triangular e um cubo; trabalhar individualmente com as características de cada prisma em relação ao número de faces, vértices, arestas, vistas laterais, vista superior, planificações, área total e volume. O objetivo é que os alunos percebam que apenas o volume será a soma dos três anteriores e que vértices, faces e arestas se tornarão pontos em comum ou nem serão contados em alguns casos. Eles também devem concluir que como algumas faces desaparecem, a área total sofre alteração.
C76	será exposto aos alunos uma construção para abordar área volume e planificação e os alunos fariam exercícios no final de cada explicação ao manipular os objetos eles seriam relacionados com fórmulas. Solicitar que os alunos criem outros poliedros com cartolina e cola.
C77	primeiramente os alunos irão ao laboratório e irão seguir um passo a passo para a construção dos sólidos de Platão, então terão que identificar vértices faces a restas, e a relação de Euler.
C79	os alunos irão explorar o arquivo e vão anotar suas características serão questionados a qual solido possui maior capacidade de armazenagem, então seria criado uma situação problema a partir da construção para trabalhar sobre volume dos corpos redondos

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria, três propostas de aula indicam que usariam uma construção pronta para os alunos visualizarem. Duas propostas explicam que deixariam os alunos fazerem as construções no GeoGebra. Cinco aulas aconteceriam com os alunos observando e explorando a construção pronta juntamente com a explicação do professor e em seguida resolveriam exercícios voltados para o conteúdo matemático. A principal função do GeoGebra nesta categoria foi a visualização, ou seja, o GeoGebra seria utilizado como um recurso visual.

A MG aparece no momento em que os alunos manipulariam as construções e no momento em que os professores iriam apresentar as construções. Apenas uma postagem descreve que apresentaria o funcionamento do GeoGebra antes de apresentar a construção.

## 7.5 Da ME para a MG

Nesta categoria, mostramos aulas que são iniciadas com o uso da ME para depois ser utilizada a MG. A postagem C124 é um exemplo de uma proposta de aula com essas características:

Quadro 13: Texto da postagem C124

### Polígonos regulares e planificação

Caros colegas e professores preparei duas aulas direcionadas ao estudo dos polígonos regulares. Desenvolver a habilidade EF06MA17RS-2: Identificar, explorar as planificações de alguns poliedros e as figuras planas que as compõem, para desenvolver a percepção espacial. A proposta será desenvolvida na sala de aula e no laboratório de informática, a professora utilizando as imagens no data show.

Como combinado anteriormente, nesta aula deveriam levar caixinhas de remédio, de creme. No primeiro momento, os alunos se reuniram em grupos e teriam que desenhar com a utilização do GeoGebra os polígonos que se faziam nas faces das suas embalagens.

A professora irá auxiliar o processo:

- 1º) Clicar na ferramenta polígono regular, construir os polígonos desejados;
- 2º) Como em outro momento já haviam trabalhado os ângulos, se aproveitaria desta oportunidade para verificar suas medidas. Na ferramenta ângulo, clicando no meio do segmento obtém-se a medida de todos, ou clicando em dois segmentos, pela ordem que foram construídos, como trata-se das medidas dos ângulos internos.
- 3º) Alterar a cor dos polígonos construídos, clicando com o mouse direito em propriedades, escolhendo a cor e o preenchimento (estilo);  
- Escolher um polígono construído e proporcionar uma animação quanto aos ângulos;
- 4º) Clicar na ferramenta polígono e formá-la. Clicarem propriedades para alterar sua cor;
- 5º) Criar um controle deslizante, preenchendo os dados, clicando em ângulo, nome "Alpha", intervalo mínimo: 0, o máximo 180º e o incremento: 1;
- 6º) Clicar na ferramenta ponto e marcar um ponto fora da figura; Clicar na ferramenta rotação em torno de um ponto, clicando no polígono e no ponto criado. Abrirá uma janela, apague o 45º, coloque o nome do ângulo " Alpha", clicando em Ok. Logo irá aparecer uma figura igual a formada;
- 7º) Percorrendo com o controle deslizante até 180º, clico com o botão direito do mouse e seleciono animar. Com essa atividade está concluída a primeira aula.

Na segunda, antes de dirigir-se ao laboratório os alunos precisam fazer anotações e responderem algumas perguntas:

Quantos polígonos é composta a sua embalagem?

Os vértices, são os cantinhos, quantos podemos contar?

E as arestas são as linhas, os segmentos de reta, quantos podemos contar?

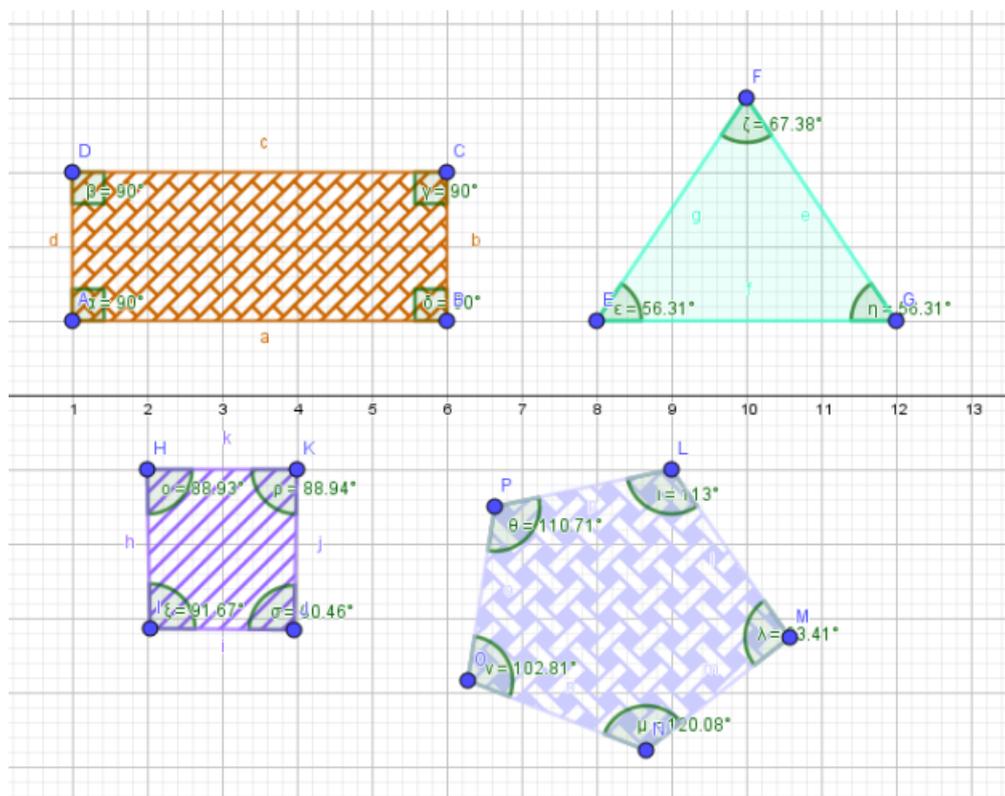
Agora abra sua caixa e desenhe sobre a folha de caderno.

Concluída essa parte, dirijem-se ao laboratório de informática com a proposta de realizarem a construção da caixinha no GeoGebra 3D, seguindo os passos:

- 8º) Abrir o GeoGebra, em exibir, clicarem janela de visualização 3D. Fazer o desenho do polígono regular, clicando na ferramenta polígono na primeira janela de visualização, que será exibida na segunda;
- 9º) Clico num ponto fora do polígono na janela de visualização 3D, ciclo sobre o ponto, com o mouse para que fique na direção vertical, definindo sua altura; clico com o mouse, para que mude a direção, para colocá-lo em outro plano;
- 10º) Clico na ferramenta prisma, na janela de visualização 3D, no polígono e no H, construído, formando um prisma retangular;
- 11º) Clico na ferramenta planificação, criou-se um controle deslizante, onde com o mouse direito, clico em animar, ela irá abrir e fecharem movimento.
- 12º) Oportunizar um momento de descoberta e desafiar os alunos, a construírem outros prismas, um cubo, uma pirâmide.

Este professor inicia a descrição de sua aula utilizando a ME: “*Como combinado anteriormente, nesta aula deveriam levar caixinhas de remédio, de creme*” logo em seguida a abordagem com a MG começa, já que os alunos precisam realizar uma construção no GeoGebra: “*os alunos se reuniram em grupos e teriam que desenhar com a utilização do GeoGebra os polígonos que se faziam nas faces das suas embalagens*”. A construção mostrada na Figura 31 exemplifica essa ação dos alunos.

Figura 3126: Print da postagem C124P1

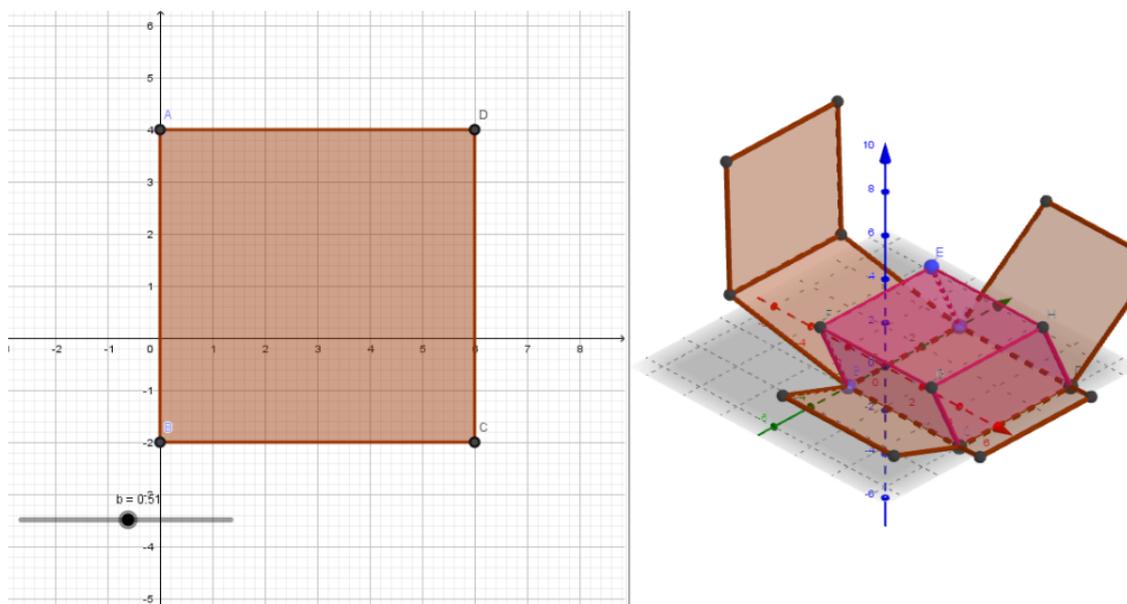


Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Apesar de já ter utilizado o GeoGebra, adiante ele escreve: “*antes de dirigir-se ao laboratório os alunos precisam fazer anotações e responderem algumas perguntas: Quantos polígonos é composta a sua embalagem? Os vértices, são os cantinhos, quantos podemos contar? E as arestas são as linhas, os segmentos de reta, quantos podemos contar? Agora abra sua caixa e desenhe sobre a folha de caderno*”. Ficando comprovado o uso da linguagem da ME ao se referir dos vértices como cantinhos, das arestas como linhas e dos sólidos como caixinhas.

Prosseguindo com a descrição de sua aula, a próxima etapa seria a de construção das “caixinhas” no GeoGebra pelos alunos. Ao construir o aluno entra em contato direto com a MG. Um exemplo de como seria suas construções está na Figura 32:

Figura 272: print da postagem C124P2



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

A aula seria finalizada com o uso do GeoGebra para criação de outros sólidos geométricos: “*Oportunizar um momento de descoberta e desafiar os alunos, a construir outros prismas, um cubo, uma pirâmide*”. Apesar de transitar entre a ME e a MG durante todos os momentos da aula entendemos que nesta descrição a ME está sendo usada para a explicação dos conteúdos matemáticos e a MG é usada como comprovação do que foi aprendido.

No Quadro 14 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como ME → MG:

Quadro 14: Resumos das aulas ME → MG

C23	falar um pouco sobre Platão, curiosidades e os elementos da natureza, utilizar uma linguagem simples ao explicar sobre figuras bidimensionais e tridimensionais, construir com os alunos a planificação dos poliedros de Platão.
C37	os alunos terão que observar relações entre os volumes do prisma e da pirâmide (que um é o triplo do outro) e ao manipular a construção percebam que mesmo modificando a altura os volumes são os mesmos, vendo graficamente essa relação.
C40	mostrar o volume do cubo utilizando cubos unitários, em seguida observar a construção e ver que o volume do cubo maior pode ser calculado pela quantidade de cubos menores e construir o octaedro regular no GeoGebra.
C46	falar sobre como transformar figuras planas em espaciais, em seguida apresentar um arquivo para verificar propriedades e tirar dúvidas e em seguida os alunos poderão manipular o arquivo e construir uma figura plana e transformá-la em espacial.

C90	apresentar o cubo e sua planificação com desenhos e recortes e apresentar outros poliedros de Platão e o histórico, em seguida propor que os alunos construam em duplas os poliedros no GeoGebra.
C124	os alunos iriam levar caixinhas de remédio e cremes, desenhar no GeoGebra os polígonos das faces de suas caixinhas, em seguida seriam instruídos a abrir suas caixinhas e desenhar ela em um papel atentando-se para os cantinhos que são vértices, as linhas que são arestas e as faces, em seguida iriam construir a caixinha no GeoGebra bem como sua planificação.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Percebemos uma ênfase aos poliedros de Platão nesta categoria. A MG aparece com a construção sendo realizada pelos alunos e com manipulação das construções para se observar a planificação. O uso do GeoGebra seria para perceber relações e verificar propriedades, sendo utilizado como recurso visual e pela dinamicidade e movimento. Das seis propostas classificadas nesta categoria, cinco mencionam que os alunos iriam construir no GeoGebra e duas falam sobre manipular construção pronta.

Percebe-se com isso que quando a ME precede a MG em uma aula, os professores preferem que os alunos construam algo no GeoGebra à apenas visualizar e explorar uma construção pronta.

## 7.6 Da ME para a MM e para a MG

Esta categoria expressa uma aula em que o professor usa, para ensinar, a ME em um primeiro momento e, em seguida usa a MM e finaliza a aula com a MG. A postagem C125 é um exemplo de uma aula com essa abordagem de ensino.

Quadro 15: Texto da postagem C125

### Planificação de um Poliedro

Caros colegas de curso e caros professores, nesse arquivo que foi construído o meu objetivo é trabalhar com meus alunos os conceitos iniciais de sólidos geométricos tridimensionais, vou delimitar a trabalhar o conceito de Poliedros. Essa aula será realizada na sala de informática, onde usarei o data show para expor o arquivo e também explicá-lo, e os alunos acompanharam a aula e construíram seus arquivos no computador.

Seguirei os seguintes passos:

1- Antes de mostrar o arquivo aos alunos, mostrarei a eles um dado, que é um objeto muito conhecido e usado em muitas brincadeiras e jogos, então explicarei que o dado é um poliedro, chamado de cubo.

2- Após mostrarei a arquivo no data show e assim iniciarei a explicação sobre os conceitos, no primeiro momento o foco será voltado apenas para a figura do cubo (fechado) no canto inferior direito do arquivo.

3- Trabalharei os seguintes conceitos:

- O que são sólidos geométricos tridimensionais;

- O que são poliedros e quais sólidos pertencem a essa categoria e quais não pertencem;

- Quais são os elementos de um poliedro, usando a figura do cubo demonstrarei o que são faces, arestas e vértices;

- Será explicado também aos alunos, que dependendo da quantidade de faces, cada poliedro recebe um nome e se tratando do cubo que tem seis faces, este recebe o nome de HEXAEDRO;

4- Após todas essas explicações, mostrarei aos discentes o conceito de Planificação, ou seja, como transformar uma figura tridimensional em uma figura bidimensional colocando a em um plano, o foco será agora para a figura do cubo aberto na parte superior direita do arquivo. Explicarei como é a representação plana do cubo, e será mostrado os níveis de abertura do cubo planificado usando o controle deslizante.

5- Após todas as explicações cada discente construirá o seu sólido geométrico tridimensional no GeoGebra.

Esse arquivo me irá me auxiliar muito pra trabalhar esses conceitos da geometria espacial, e dessa forma acredito que a aprendizagem será mais prazerosa e significativa.

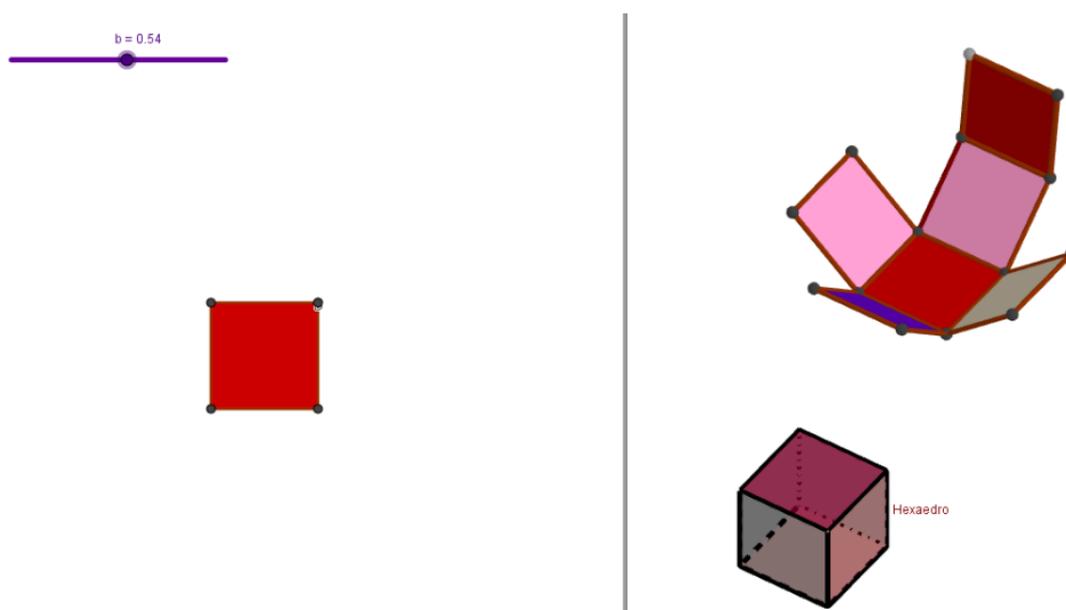
Fico a disposição para receber perguntas e contribuições de todos.

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Na descrição da aula o cursista cita: *“Antes de mostrar o arquivo aos alunos, mostrarei a eles um dado, que é um objeto muito conhecido e usado em muitas brincadeiras e jogos, então explicarei que o dado é um poliedro, chamado de cubo”*. Iniciar sua aula falando do dado nos dá indícios do uso da linguagem da ME logo no início de sua explicação.

Em seguida ele descreve que utilizaria uma construção através de uma projeção, a Figura 33 mostra a construção utilizada:

Figura 33: print da construção C125P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Mas, esta seria utilizada para explicar conceitos sobre o tema, usando assim a MM :  
*“Trabalharei os seguintes conceitos: O que são sólidos geométricos tridimensionais; O que são poliedros e quais sólidos pertencem a essa categoria e quais não pertencem; Quais são os elementos de um poliedro, usando a figura do cubo demonstrarei o que são faces, arestas e vértices”* dessa forma entendemos que ele inicia a aula com a ME e usa a MM ao explicar os conceitos.

O excerto *“Após todas as explicações cada discente construirá o seu sólido geométrico tridimensional no GeoGebra”* indica o uso da MG para finalizar a aula, visto que os alunos irão construir os sólidos geométricos e lidar de maneira direta com a MG.

No Quadro 16 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como ME → MM→ MG:

Quadro 16 : Resumos das aulas ME → MM→ MG

C30	apresentar embalagens e mostras a presença delas no dia a dia, utilizar o livro didático para a definição do cilindro, e a fórmula do volume, fazer exercícios. Em seguida apresentar o cilindro no GeoGebra com o data show que varia o raio e a altura pelo controle deslizante.
C36	observar o princípio de Cavalieri com pilhas de papel e pilhas de cds e verificar com fórmulas o volume, em seguida seria apresentado um problema e os alunos usariam o GeoGebra para tentar resolver o problema e generalizar os conceitos.
C69	discutir sobre os objetos em formato de cone no cotidiano em seguida apresentar sua definição na lousa abrir o arquivo e mostrar a definição e características, construir no GeoGebra o raio, determinar a geratriz e construir a base. No arquivo é possível alterar o raio e a altura do cone através dos controles deslizantes.
C97	os alunos seriam questionados se é possível construir um prisma dentro de outro, e os alunos teriam que construir prismas e em seguida eles veriam a construção para poderem chegar a suas conclusões.

C125	mostrar um dado e comentar sobre seu uso em brincadeiras explicar que o dado é um poliedro conhecido como cubo e chamado de hexaedro, apresentar poliedros, características, elementos. mostrar o conceito de planificação e mostrar o arquivo com a planificação, e o aluno devera construir um solido geométrico no GeoGebra.
C132	é apresentado um problema onde é preciso construir um modelo de uma horta caseira, onde os alunos deverão calcular as dimensões da horta, calculando o volume da terra necessário para horta com tais dimensões. abrir o arquivo e “brincar “com os controles deslizantes, alterando tamanho da horta e também, vendo as “tábuas”. Eles também podem observar na Janela da Álgebra que o número que está do lado do prisma está alterando, conforme eles mudam valores de altura, largura e comprimento e talvez perceberão que ele corresponde ao volume.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria o uso do GeoGebra mostrou-se diversificado, com a intenção de mostrar a variação de medidas pelo controle deslizante, resolver problemas, generalizar conceitos, e com a conferência.

Assim a MG apareceu, durante a exploração dos arquivos pelos alunos, pela visualização de arquivos prontos manipulados pelo professor como forma de explicação ou confirmação, no momento das construções realizadas pelos alunos e na resolução de problemas.

## 7.7 Da ME para a MG e para a MM

Esta categoria apresenta uma aula com uma abordagem em que a ME é usada em um primeiro momento, na sequência a MG e depois se usa a MM para finalizar a aula. A postagem C85 é um exemplo de uma aula como essa

Quadro 17: Texto da postagem C85

Descobrimo as figuras geométricas espaciais

Boa tarde colegas.

Segue a tarefa do módulo 3. No primeiro momento eu descrevo os procedimentos que serão realizados nas duas aulas. No segundo momento, descrevo os passos da construção.

Aguardo as contribuições e desejo desde já força, coragem e resistência para nossos dias de isolamento. #ficaemcasa

1º Momento: Descobrimo as figuras geométricas espaciais.

Público-alvo: estudantes do 2º ano - anos iniciais do Ensino Fundamental.

<b>Unidade Temática: GEOMETRIA (BNCC)</b>	
<b>Objeto do Conhecimento:</b> Figuras Geométricas espaciais (cubo, cone, pirâmide, cilindro, esfera, bloco retangular): reconhecimento e características.	<b>Habilidade (EF02MA14):</b> Reconhecer, nomear e comparar figuras Geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro, esfera), relacionando-as com os objetos do mundo físico.

1ª Aula – 50 minutos.

- Mostrar aos estudantes dados, explorar para que serve um dado, onde podemos utilizar, sua função. Perguntar se já viram um dado “desmontado” e se fazem ideia de como seria. - Entregar metade de uma folha A4 e solicitar que desenhem como seria um “dado desmontado” - entregar régua para desenhar. Quando finalizarem, pedir que comparem seus desenhos uns com os outros.
- Apresentar e entregar a cada um deles a cópia de um “dado desmontado”. (<https://www.artesanatopassoapassoja.com.br/molde-de-dado/>)
- Solicitar que comparem com o seu desenho (o que está igual ou diferente) e perguntar: todas as partes deste dado que está desmontado são iguais? Quantas partes vocês estão vendo? O que lembram estas partes a vocês.

Obs.: observar e mediar para que cheguem à associação entre o cubo e o quadrado.

- Confirmar que a figura apresentada é um dado, que tem o formato de um cubo e que na Matemática falamos que está planificado. Quando realizamos este tipo de atividade, chamamos de planificação de um sólido geométrico. A imagem que estava na mão deles tinha seis quadrados, que é uma figura plana que encontramos no cubo, por exemplo.
- Relembrar (ou apresentar) conceitos de figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas.
- Em seguida, entregar tesoura e cola, para cada estudante recortar, montar e colar o seu dado.

Obs1: o mesmo procedimento deve ser utilizado para as demais figuras geométricas espaciais citadas na habilidade (pirâmide, cone, cilindro etc.). Caberá ao professor fazer a divisão do tempo das suas aulas. Apesar de não ser ainda exigido na faixa etária, mas o professor pode aproveitar para apresentar o que são faces, arestas e vértices.

Obs2: Essa atividade, pode e deve fazer relação intercomponente - Matemática e Artes - com a habilidades (EF15AR04), quando se explora o recorte, montagem e colagem.

2ª Aula – 50 minutos.

- Para a segunda aula, antes deve-se preparar as construções com uma figura do mundo físico (foi escolhido essa construção: dado, pirâmide e casquinha de sorvete), com a figura geométrica espacial e com a planificação (ver construções em anexo).

- Tempestade de ideias: lembrar com os estudantes o que foi feito na aula anterior, os conceitos trabalhados, a planificação e a montagem das figuras geométricas espaciais.

- Apresentar o GeoGebra aos estudantes, a partir da construção que tem o dado. Questionar o que temos ao lado da imagem do dado? Qual o nome do sólido geométrico que podemos associar ao dado? Esperar e mediar que os estudantes reconheçam que é o cubo e que ao lado está a sua planificação.

- Em seguida, solicitar que olhem a janela 3D, onde encontra-se o desenho do cubo e sua planificação. Fazendo com que os estudantes observem seus elementos.

- Solicitar que busquem na barra (fazer a indicação onde se encontra) a ferramenta chamada “girar janela de visualização 3D” – indicar que ao passar o mouse nas ferramentas (nos pequenos quadrados localizados acima) eles vão visualizar este nome. Ao achar, solicitar que cliquem e desçam com a seta do mouse para a “janela de visualização 3D”. OBS: caso a(o) professora (o) tenha uma TV ou lousa digital, fazer demonstração coletiva.

- Deixar que os estudantes manipulem livremente a figura, explorando suas possibilidades e vendo o que acontece ao movimentar o mouse nesta janela. Depois, discutir o que observaram.

**IMPORTANTE:** A ideia é que primeira figura apresentada no GeoGebra deve ser de livre manipulação dos estudantes, para que se familiarizem com os recursos. A partir da segunda (pirâmide, cone, cilindro ou prisma), a(o) professora(o) já pode fazer exploração dos conceitos: figuras planas, figuras não planas, planificação e reconhecimento das figuras planas, a partir das fases dos sólidos, faces, arestas, vértices e outros.

2º Momento - Passos da construção Tarefa 3

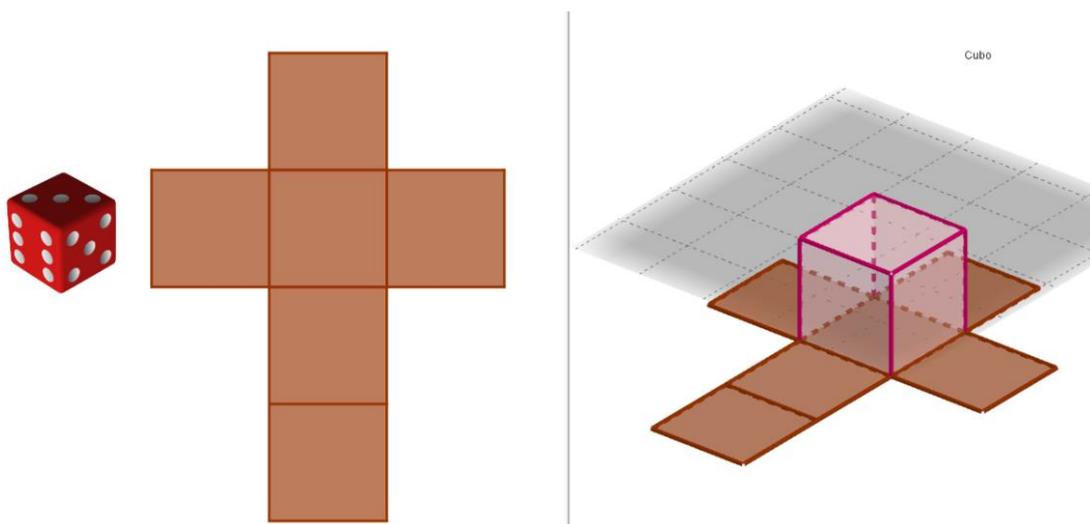
1. Exibir a janela de visualização e a janela de visualização 3D, mantendo as duas ativas.
2. Na barra, na janela de visualização, selecionar e inserir imagem. Obs.: preferencialmente fazer antes a escolha e download das imagens das figuras que deseja.
3. Na janela de visualização 3D, clicar na ferramenta cubo (ou cone, ou pirâmide etc., associada com a imagem inserida). Clicarem dois pontos do plano xy e construir a figura que deseja.
4. Ocultar os eixos, os pontos, deixar a malha ou o plano. Retirar rótulos, pontos e segmentos.
5. Colorir a imagem – clicar com o botão direito na figura, selecionar propriedades e abrir a aba cor.
6. Voltar a barra, selecionar texto e escrever os nomes das figuras geométricas espaciais.
7. Fazer todos estes passos para as outras formas a serem trabalhadas.

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

O excerto que comprova o uso da ME logo no início da aula é *“Mostrar aos estudantes dados, explorar para que serve um dado, onde podemos utilizar, sua função. Perguntar se já viram um dado “desmontado” e se fazem ideia de como seria. - Entregar metade de uma folha A4 e solicitar que desenhem como seria um “dado desmontado” - entregar régua para desenhar. Quando finalizarem, pedir que comparem seus desenhos uns com os outros”*. Os alunos ainda receberiam tesoura e cola e “montariam” seus “dados” de papel.

Na sequência, sua descrição continua utilizando a ME, mas agora com indícios do uso da MG: *“Para a segunda aula, antes deve-se preparar as construções com uma figura do mundo físico (foi escolhido essa construção: dado, pirâmide e casquinha de sorvete), com a figura geométrica espacial e com a planificação”*. As imagens mostram suas construções para este momento da aula:

Figura 34: Print da construção C85P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Figura 285: Print da construção C85P2

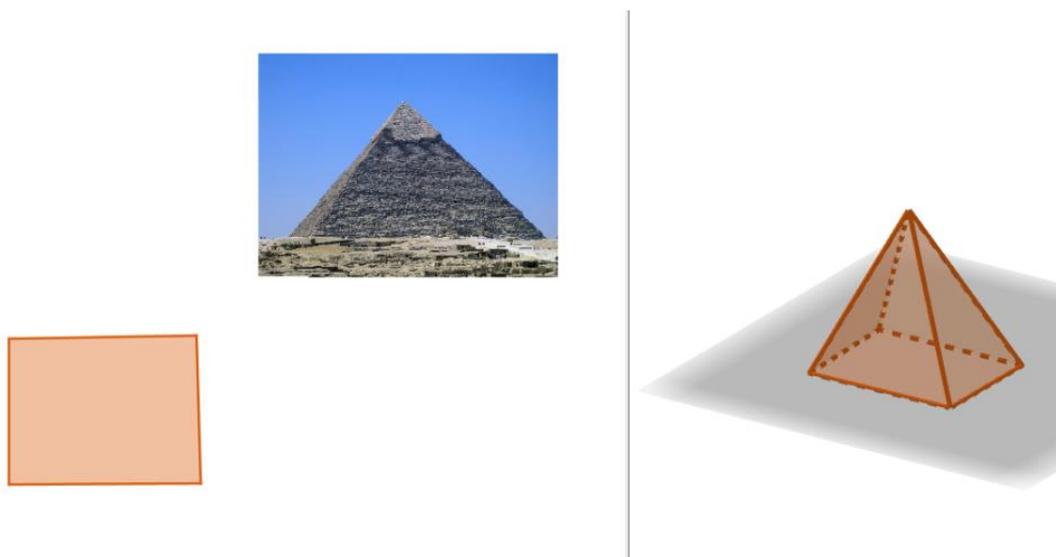
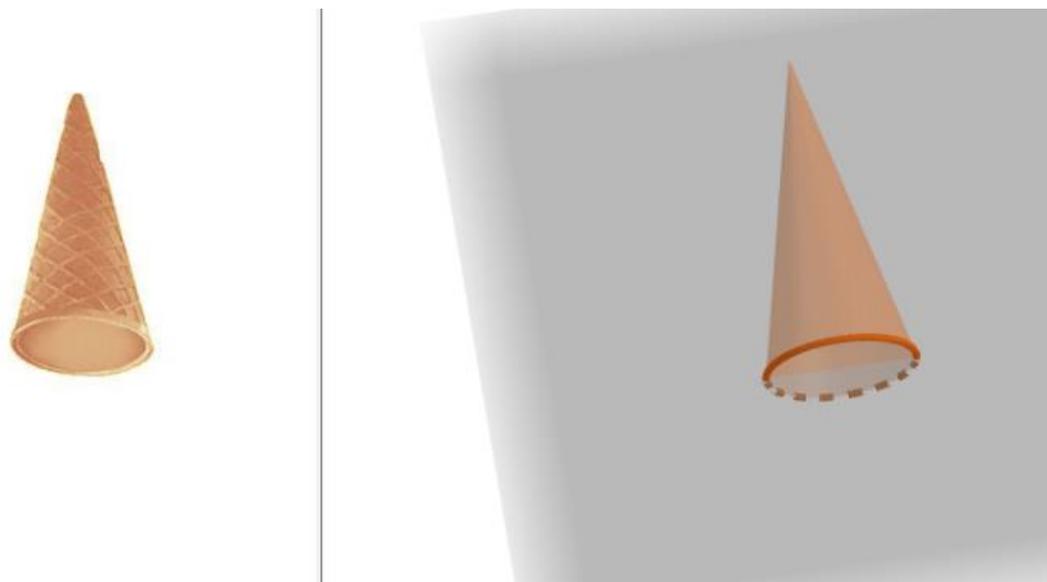


Figura 296: Print da construção C85P3



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

O uso da MG segue de acordo com a descrição, ao apresentar o software para os alunos e utilizar seus recursos, como no trecho: *“A ideia é que primeira figura apresentada no GeoGebra deve ser de livre manipulação dos estudantes, para que se familiarizem com os recursos”*.

O excerto *“A partir da segunda (pirâmide, cone, cilindro ou prisma), a(o) professora(o) já pode fazer exploração dos conceitos: figuras planas, figuras não planas, planificação e reconhecimento das figuras planas, a partir das fases dos sólidos, faces,*

*arestas, vértices e outros*” aponta o uso da MM para a finalização da aula, como uma continuidade do que foi visto com a ME e a MG.

No Quadro 18 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como ME → MG → MM:

Quadro 18 : Resumos das aulas ME → MG → MM

C1	primeiro faz uma revisão com geometria plana, depois apresenta a construção de um prisma em que os alunos vão construir e em seguida serão questionados sobre a manipulação do software e as características das faces do prisma, as propriedades dos quadriláteros.
C19	os alunos irão manipular embalagens e anotar suas características, em seguida irão ter contato com uma construção pronta de um paralelepípedo onde eles podem alterar os parâmetros pelo controle deslizante e ver sua planificação, em seguida terão que calcular as áreas dos polígonos e serão desafiados a criar uma embalagem de um produto.
C25	buscando suprir dificuldades de visualização da planificação de prismas e pirâmides, os alunos montariam esses sólidos e visualizariam uma construção dos mesmos, observando suas características. Em seguida eles poderiam manipular os controles deslizantes e teriam que completar uma tabela com a quantidade de vértices, faces e arestas de cada construção
C42	No primeiro momento, será apresentado o seguinte problema, envolvendo cálculo do volume de um brilhante com formato de octaedro, dentro de uma caixa em formato de cubo, em seguida visualizarão o professor construir o passo-a-passo e quem puder poderá construir também se espera que eles possam explorar as propriedades presentes no cubo, pirâmide e octaedro, alterando seus valores.
C71	primeiro será feita uma abordagem histórica das pirâmides, em seguida serão apresentados a uma construção com a planificação, em seguida poderão construir as pirâmides e em seguida realizar cálculos de volume, áreas lateral e total e verificar a quantidade de vértices a restas e faces.
C82	faremos planificação do cubo em papel cartão e depois no GeoGebra, depois demonstração do cálculo da área e do volume, sem enfatizar fórmulas. Os estudantes serão desafiados fazer a construção e a planificação de um cubo no software e calcular a sua área e seu volume e entender a demonstração do teorema de Euler.
C85	Mostrar aos estudantes dados, perguntar se já viram um dado “desmontado” e pedir que desenhem, em seguida seria entregue uma planificação impressa e seria associada ao cubo e sua planificação que seria montada. Em seguida seriam apresentados uma construção do cubo com sua planificação e que os alunos poderiam manipular e em seguida com outros sólidos onde seria discutido conceitos
C92	em grupos os alunos discutiriam um problema, em seguida poderiam manipular uma construção de um bloco retangular com a diagonal e a diagonal de uma das faces, para encontrar a solução do problema e em seguida seriam apresentadas fórmulas.
C96	fazer uma revisão utilizando uma linguagem acessível, em seguida os alunos manipulariam a construção explorando o controle deslizante e pedir que verifiquem quantidade de faces, arestas e vértices
C122	construir um cilindro e um cone de cartolina e verificar seu volume com arroz, em seguida apresentar a construção e com a manipulação do controle deslizante eles vão ir testando a fórmula do volume e calculando no caderno e conferindo no GeoGebra.
C138	apresentar uma questão sobre enchimentos/vazões de reservatórios cilíndricos, em seguida seria construído o problema e buscar sua resolução a partir de questionamentos, como o volume em um determinado instante, e a proporcionalidade entre as grandezas.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nesta categoria seis professores planejaram uma aula em que os alunos iriam interagir com uma construção pronta, apontando principalmente para explorar propriedades, elementos e características de sólidos geométricos. Quatro mencionaram que os alunos iriam fazer uma construção. O GeoGebra foi usado para a visualização, para a variação de

parâmetros com os controles deslizantes e para mostrar o movimento de planificação. Três propostas tentam usar o GeoGebra para resolver problemas.

A MG aparece quando os alunos vão manipular as construções prontas ou ao criar suas próprias construções, apenas um cursista menciona que os alunos seriam questionados sobre a manipulação do *software*.

## 7.8 Da MM para a MG

Esta categoria expressa uma proposta de aula em que o professor usa a MM ao iniciar a aula e no decorrer dessa aula passa a usar a linguagem da MG. A postagem C20 é um exemplo:

Quadro 19: Texto da postagem C20

### VOLUME E CAPACIDADE DE CILINDRO

Boa noite, caros colegas, segue as orientações de uma aula voltada para o cálculo de volume e capacidade de um cilindro.

O objetivo dessa aula é trabalhar com o cálculo de volume e capacidade de um cilindro. Será utilizado como recursos, o quadro negro, livro didático, o Datashow e computadores. Será uma aula expositiva e dialogada com o auxílio do software GeoGebra. Vale lembrar que os alunos já são capazes de calcular a área de círculos e também já tem conhecimento de transformações volumétricas. De início será apresentado aos alunos toda explicação do conteúdo sempre lembrando o sentido de  $m^3$ . Será abordado todo o conteúdo desde a parte teórica até finalmente o cálculo do volume sempre utilizando o livro didático. Após os alunos serem capazes de calcular esse volume será apresentado a eles um cilindro já construído no GeoGebra, o arquivo exibido também estará exposto no Datashow para que possa melhor acompanhar e orientar os alunos.

Obs.: O cilindro de início apresentado tem raio 2cm e altura 3cm, o cilindro pode ser modificado pelos alunos através dos controles deslizantes.

Após exibição do cilindro os alunos irão calcular o seu volume no caderno e também apresentar a sua capacidade em ml. Posteriormente será sugerido aos alunos a modificação dos valores do raio, assim através do controle deslizante os alunos irão modificar o valor do raio para 5cm. Novamente os alunos irão calcular e apresentar o volume e capacidade desse cilindro. Os alunos serão dessa vez orientados a calcular volume e capacidade de um cilindro de altura 6cm e raio 3cm. Após esse cálculo os mesmos serão instigados a descrever oralmente o que foi observado quando os valores de raio e altura foram alterados.

Obs.: Os resultados encontrados pelos alunos sempre serão verificados.

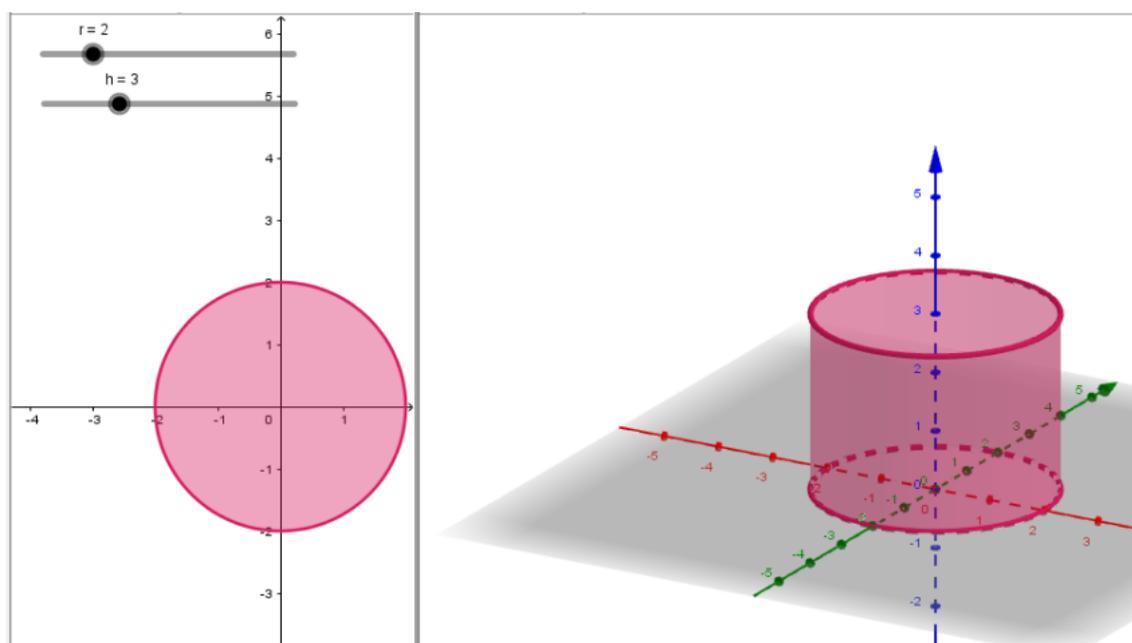
A intenção é que os alunos percebam que os valores dos volumes são alterados conforme mudança dos raios e/ou altura e por consequência também a sua capacidade. O GeoGebra facilita a visualização desses cilindros onde os alunos são mais facilmente capazes de perceber isso através da modificação dos controles deslizantes. Trabalhar com sólidos geométricos no quesito visualização sempre será uma tarefa um pouco mais difícil por se tratar de figuras tridimensionais que nem sempre são facilmente representadas no quadro, porém, com a utilização do GeoGebra essas aulas podem se tornar mais fáceis e divertidas.

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

De acordo com a descrição do cursista, a aula se inicia com o uso da linguagem da MM, segundo o texto: *“De início será apresentado aos alunos toda explicação do conteúdo sempre relembando o sentido de  $m^3$ . Será abordado todo o conteúdo desde a parte teórica até finalmente o cálculo do volume sempre utilizando o livro didático.”*

O uso da MM ainda acontece, porém já com a intervenção da MG: *“Após os alunos serem capazes de calcular esse volume será apresentado a eles um cilindro já construído no GeoGebra, o arquivo exibido também estará exposto no Datashow para que possa melhor acompanhar e orientar os alunos”*. A Figura 37 mostra a imagem do arquivo:

Figura 307: print da construção C20P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Podemos ver os controles deslizantes que alteram os valores da altura e do raio do cilindro, como aparece no trecho *“O cilindro de início apresentado tem raio 2cm e altura 3cm, o cilindro pode ser modificado pelos alunos através dos controles deslizantes”* O uso da MG se concretiza em: *“O GeoGebra facilita a visualização desses cilindros onde os alunos são mais facilmente capazes de perceber isso através da modificação dos controles deslizantes”*. Dessa forma entendemos que a aula se iniciaria com as explicações utilizando a MM e se finalizaria com o uso da MG para comprovar os resultados.

No Quadro 20 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MM → MG:

Quadro 20: Resumos das aulas MM → MG

C3	primeiro o professor vai definir os poliedros prismas e pirâmides, vértices faces arestas e a relação de Euler e depois irá usar o arquivo para a visualização de prismas pirâmides e suas planificações, contar o número de faces arestas e vértices e testar a relação de Euler.
C4	primeiro os estudantes estudariam as planificações de um prisma e suas características, bem como o cálculo de volumes dos prismas. posteriormente através do uso do GeoGebra via controle deslizante inserir medidas de altura, comprimento e largura e veriam a variação de bases de prismas e a planificação do sólido construído, formando o seu volume.
C10	expor a definição de prisma e explicar como se constrói no GeoGebra, expor a definição de volume e mostrar como o volume varia de acordo com sua altura através do controle deslizante
C11	mostrar a obtenção das fórmulas das áreas do tetraedro e da pirâmide reta de base hexagonal no quadro, e, utilizando as construções no GeoGebra, encontrar essas áreas e como exercício deixar os alunos calcularem as áreas de novas pirâmides e conferir com a construção.
C17	Iniciaria a aula explanando o conteúdo de sólidos geométricos em especial primas. Apresentaria os prismas mais usuais, prisma de base triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, com material concreto (sólido maciço). Seus elementos, vértice, aresta e face, conteúdo que já teriam um breve conhecimento, após debateríamos o significa de área e volume, seus conhecimentos prévios, após esses conceitos iniciais, projetaria no Datashow a construção de um prisma (prisma1), o qual estaria pronto, para somente analisarmos os conceitos de área e volume. E após levaria os alunos para o laboratório para construírem um prisma seguindo um roteiro e por fim realizariam atividades no caderno com uso das fórmulas
C20	De início será apresentado aos alunos toda explicação do conteúdo sempre lembrando o sentido de $m^3$ . Será abordado todo o conteúdo desde a parte teórica até finalmente o cálculo do volume sempre utilizando o livro didático Após exibição do cilindro os alunos irão calcular o seu volume no caderno e também apresentar a sua capacidade em ml. Posteriormente será sugerido aos alunos a modificação dos valores do raio, assim através do controle deslizante os alunos irão modificar o valor do raio para 5cm. Novamente os alunos irão calcular apresentar o volume e capacidade desse cilindro.
C26	iniciaria lembrando os conceitos de arestas vértices e faces e outras definições e apresentaria a construção por um projetor e se fosse possível cada um visualizaria em um computador, a modificação pelo controle deslizante das bases das pirâmides, para que os alunos observassem e entoassem o número de vértices faces arestas e depois conferir com a construção.
C31	Trabalhava inicialmente na lousa as definições de Cubo, Prisma e pirâmide com os alunos. Em seguida, com o auxílio do Datashow projetado, abordava a dedução de um caso particular do volume Seguidamente, os alunos iam ter a oportunidade de reconstruir para muitos ter o primeiro contato com o GeoGebra. da pirâmide de base quadrada através do app GeoGebra
C34	Na 1ª aula temos como objetivo introduzir a ideia de volume de um sólido. Para isso tomamos um cubo de aresta igual a 1 cm e ele representará 1 unidade cúbica de volume. Usando esses cubos vamos calcular o volume do sólido dado. A ideia é preencher todo o sólido com os cubinhos de 1 $cm^3$ . resolver exercícios para isso será necessário o uso das ferramentas para o cálculo do volume e planificação do sólido. Usaremos também ferramentas para o cálculo das áreas dos polígonos obtidos com a planificação e a visualização e cálculo do comprimento da diagonal do sólido. construir cone de revolução
C50	a primeira aula, proponho uma atividade de reconhecimento de sólidos geométricos. Já na segunda aula, o objetivo é ensinar o cálculo de volume de prismas e relacioná-lo com o volume de cilindros
C64	Partindo do pressuposto que o conceito “Esfera” em geometria espacial foi explorado em aula anterior. Faremos uma breve revisão teórica e propomos nessa aula a utilização do software GeoGebra no smartphone a construção de uma “esfera”, com o uso do referido soft em um aparelho celular.
C72	em uma aula após apresentação e explicação das fórmulas para cálculo dos volumes dos sólidos mais especificamente dos volumes do cilindro e do cone. É possível que seja feito 50 minutos de aula teórica com a resolução de atividades escritas com os alunos e em seguida + 50 minutos construindo a figura no GeoGebra para possibilitar a visualização e relação entre os volumes dos mesmos, consigam construção deduzir que o volume do cone é 1/3 do volume do cilindro caso estes possuam a mesma altura e raio.
C75	A aula será iniciada com a apresentação da teoria de alguns elementos sobre o sólido pirâmide, seguido da solicitação do desenvolvimento de dois exercícios, usando a ferramenta matemática GeoGebra, os quais visarão ajudar os discentes no aprendizado do conteúdo abordado
C77	Lembrando que nossos alunos deverão ter uma noção teórica dos itens trabalhados em laboratório.

C81	Durante a apresentação da aula, o professor pode abordar várias questões, dentre as quais: o quadrado tem lado de medida igual à geratriz do cilindro. O quadrado é perpendicular ao plano da base do cilindro (um círculo), passando pelo centro desta base (secção meridiana). O quadrado tem lado de medida igual ao diâmetro da base do cilindro, etc. Os alunos poderão fazer essas manipulações em sala de aula, oportunidade em todos interagirão, proporcionando a troca de conhecimentos;
C83	dando enfoque aos sólidos de Platão tetraedro, cubo e dodecaedro. Após ministrar uma aula explicando sobre identificar vértices, faces, arestas e sobre a planificação dos mesmos, decidi inicialmente levar as figuras prontas na primeira aula e na segunda construir os mesmos com suas planificações animadas, juntamente com eles em sala de informática
C87	apresentar o volume da esfera e demonstrar pelo princípio de Cavalieri Nesta tarefa iremos realizar uma construção que comprova tal igualdade, ou seja, dado o cilindro e os cones nas condições do parágrafo anterior, realmente obtemos o volume da esfera.
C94	O desenvolvimento da primeira aula o professor deve exibir através de vídeos ou slide os Elementos de uma esfera o que é uma circunferência $A = 4\pi r^2$ *r é o raio da esfera, e A é a medida da área, relembra o cálculo do comprimento da circunferência e realizar a construção com os alunos no GeoGebra.
C98	Nessa primeira etapa realizarei a explanação do conceito de pirâmide mostrando aos alunos que as pirâmides são poliedros cuja base é uma região poligonal e as faces laterais são regiões triangulares. Além disso, com essa demonstração é possível trabalhar a planificação da pirâmide depois os alunos poderiam interagir com a construção
C99	A primeira aula seria de teoria, onde abordaríamos as propriedades dos sólidos trabalhados na segunda aula os alunos seriam convidados para explorar os conceitos utilizando o GeoGebra, seguindo orientações para montagem e análise dos resultados.
C102	O tema da questão é Planificação do cubo, desse modo os alunos deverão tentar resolver a questão com os conhecimentos estudados durante a explicação teórica. Depois irão manipular o arquivo
C103	iniciamos com uma explanação das propriedades dos prismas, para que eles tenham um entendimento de todos os termos que será usado, e em seguida uma apresentação do arquivo de minha construção com o software GeoGebra. Logo depois os alunos irão fazer uso do computador para manipular o prisma.
C105	Analisar os elementos de um prisma: vértice, aresta e face; interagir com figuras tridimensionais (no espaço) oferecidas pelo GeoGebra; planificar um prisma com a ferramenta do software matemático.
C131	Os passos estão descritos em cada tarefa, que tem como objetivo principal atender a alunos do ensino médio, para resgatar conceitos e imagens partir da relação entre a linguagem matemática usada na sala de aula (livros) e a sintaxe da linguagem matemática usada no GeoGebra

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Mais uma vez o GeoGebra foi usado pelo aspecto da visualização maioria das propostas de aula, principalmente para a visualização de variação de parâmetros pelos controles deslizantes como elementos, volume, variação de da base e a planificação de prismas e pirâmides.

A MG está presente nessas propostas na variação dos controles deslizantes, quando se “mostrar como se constrói” e nos momentos de revisão e “confirmação” com o software de conceitos e cálculos já feitos anteriormente. Oito postagens mencionam que os alunos poderiam interagir com a construção que seria levada pronta e sete deixariam os alunos construírem no GeoGebra. Duas postagens descreveram que seria resolvido um problema. Nos chamou a atenção uma postagem que mencionou que o objetivo do uso do GeoGebra em sua aula seria estabelecer relação entre a linguagem matemática e a linguagem do GeoGebra.

## 7.9 Da MM para a ME e para a MG

Nesta categoria, mostramos aulas que são iniciadas com o uso da MM, em seguida a ME para depois ser utilizada a MG. A postagem C108 é um exemplo de uma aula com essas características:

Quadro 21: Texto da postagem C108

<p>planificação do icosaedro</p> <p>Olá caros colegas e professores do curso GEOGEBRA 17°, minha atividade se trata de planificação dos poliedros de Platão.</p> <p>Aula para o 6° Ano</p> <p>Objetivo: Compreender as faces e vértices dos poliedros;</p> <p>Abranger as planificações dos poliedros.</p> <p>Desenvolvimento:</p> <p>Em um primeiro momento falaria das faces e vértices dos poliedros. Após esse início veria com eles os nomes dos poliedros referentes aos seus lados (faces).</p> <p>Em continuidade levaria um cubo em papel para mostrar a sua planificação. E pediria aos alunos para fazer no GeoGebra mais opções de planificação em movimento no smartphone.</p> <p>No GeoGebra pra Smartphone</p> <p>1° Passo – abrir o aplicativo 3D Calculator</p> <p>2° Passo – Nas configurações oculte os eixos</p> <p>3° Passo - Na Ferramentas Básicas selecionar a opção ponto e escolher dois pontos no plano.</p> <p>4° Passo – No ícone de ferramentas de entradas vamos ao símbolo + e na opção ajuda vamos pesquisar um comando</p> <p>5° Passo – como queremos a planificação de um poliedro de Platão vamos ter que usar o comando PLANIFICAÇÃO, seguido de ajuda novamente para selecionar o nome do poliedro usaremos o ICOSAEDRO.</p> <p>Ficará da seguinte forma: Planificação(Icosaedro())</p> <p>6° Passo – escrevemos dentro dos parênteses as letras que correspondem aos pontos já criados, lembre-se sem em letra maiúscula separado por vírgulas (A,B).</p> <p>Ficará da seguinte forma: Planificação (Icosaedro(A,B))</p> <p>7° Passo – após os parentes (A, B) cria-se um controle deslizante simbolizado pela letra p.</p> <p>Ficará da seguinte forma: Planificação (Icosaedro(A,B),p)</p> <p>8° Passo – O GeoGebra cria automaticamente o controle deslizante com intervalos de -5 até 5, mas como se trata de planificação ele vai do 0 até 1.É preciso modificar essa configuração no canto do próprio controle deslizante que se formou.</p>
--

Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Para o início da aula o cursista descreve: “*Em um primeiro momento falaria das faces e vértices dos poliedros. Após esse início veria com eles os nomes dos poliedros referentes aos seus lados (faces).*” Fazendo referência ao uso da linguagem MM.

O próximo excerto nos dá indício do uso da ME na continuação da aula: “*Em continuidade levaria um cubo em papel para mostrar a sua planificação*”. E em sua descrição, finalizaria a aula usando o GeoGebra: “*E pediria aos alunos para fazer no GeoGebra mais opções de planificação em movimento no smartphone*”. As figuras mostram um exemplo de como seria essa planificação construída pelos alunos:

Figura 318: Print da construção C108P1

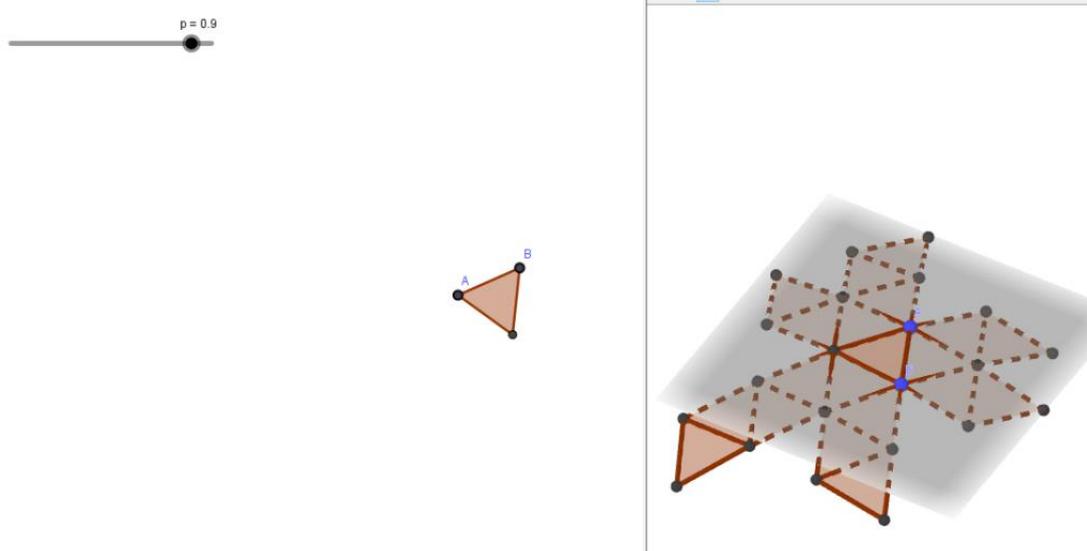
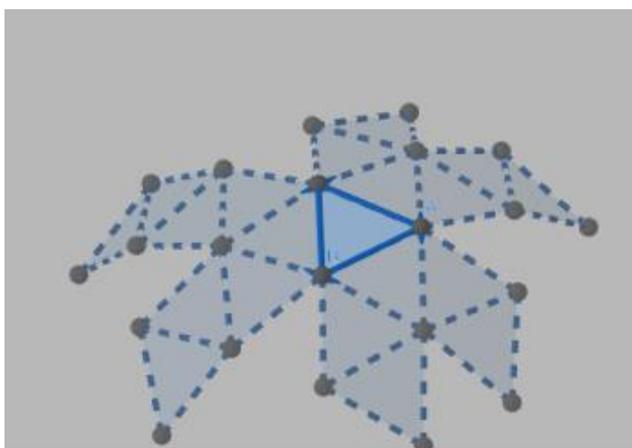


Figura 39: Print da construção C108P2



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Percebemos nas figuras das construções duas planificações diferentes, mostrando que os alunos poderiam criar suas planificações, entrando em contato com a MG.

No quadro 22 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MM → ME → MG:

Quadro 22: Resumos das aulas MM → ME → MG

C21	O uso dos controles deslizantes teve o intuito de observar os sólidos de vários "tamanhos" e também para observar a variação do volume na medida em que esses números são alterados. A ideia é que os alunos calculem o volume e depois fazemos conferência com o auxílio do GeoGebra.
C104	Na primeira aula, trabalharia a parte teórica, explicando como calcular a área total de um prisma qualquer, e faríamos construção de alguns prismas retos, usando moldes de cartolina, anotaríamos as medidas, calcularíamos as áreas das bases das faces laterais e efetuaríamos a soma destas áreas. Na aula seguinte, usaríamos o GeoGebra para reforçar o que foi visto na aula anterior, podendo variar a medida da aresta da base e a altura do prisma, bem como visualizar a planificação do mesmo. Os alunos teriam que alterar as medidas e fazer a soma das áreas olhando na janela de álgebra e usando calculadora, conforme mencionei anteriormente.
C108	primeiro momento falaria das faces e vértices dos poliedros. Após esse início veria com eles os nomes dos poliedros referentes aos seus lados (faces). Levaria um cubo de papel para verem a planificação e depois construiriam a planificação animada no ggb
C129	serão explicados o que é a geometria espacial, o estudo das figuras tridimensionais citaremos o poema Aston Bachelard "A poética do Espaço", definições e postulados e em seguida os alunos iriam realizar uma construção de um prisma e de uma pirâmide e tentar identificar retas paralelas e transversais, coplanares e outros conceitos abordados.

Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Uma das propostas sugere que os alunos usem o GeoGebra para a conferência de valores, usando os controles deslizantes para a variação do volume. Também seria usado na forma de revisão para relembrar conceitos de aulas anteriores. A dinamicidade do GeoGebra se destacou na planificação animada de prismas e de pirâmides e dos poliedros em geral. A MG aparece com a manipulação da construção, com a variação de controles deslizantes e a interação entre as janelas de visualização e de álgebra e quando os próprios alunos fariam suas construções.

## 7.10 Da MM para MG e para a ME

Nesta categoria, reunimos as propostas de aulas que são iniciadas com o uso da MM para depois ser utilizada a MG e por último a ME. Um exemplo de uma aula com essas características é a postagem C130:

Quadro 23: Texto da postagem C130

JOGO: Pilha de cubos numéricos 3D.

PÚBLICO-ALVO: Alunos do 7º Ano EF. CONTEÚDO: Números inteiros e relativos: Conceitos e operações

Geometria espacial - Cubo: Construção, propriedades, área de superfícies, volume e planificação.

### REFERENCIAL TEÓRICO:

As crianças precisam do brincar, e o jogo acaba sendo uma das atividades lúdicas mais importantes para o desenvolvimento e/ou sistematização de conceitos, pois aproxima os estudantes do conhecimento de forma prazerosa e diversificada, facilitando a construção do processo ensino-aprendizagem e podendo ainda despertar o gosto pela matemática. Assim em relação ainda a utilização de jogos nas aulas de matemática, Ribeiro (2009, p.23) destaca como vantagens:

a) Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); b) o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; c) dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição “sadia”, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer de aprender.

### OBJETIVOS:

Explorar contextos com números positivos e negativos.

Realizar mentalmente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros.

Comparar entre as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, a utilização das regras de sinais.

Construir utilizando o aplicativo GeoGebra a pilha de cubos, sua planificação com as medidas e a montagem em papelão dos cubos para a construção da pirâmide numérica 3D.

### Habilidades BNCC:

EF07MA03 - Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los em situações que envolvam adição e subtração.

EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

EF07MA06 - Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

EF07MA21 - Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular.

### RECURSOS E MATERIAIS:

Computadores e smartphones. Software GeoGebra. Projetor. Papelão reciclado. Régua, tesoura, cola, canetinhas.

### ESTRATÉGIAS:

1º Aula: Expor no projetor a construção já pronta de um exemplo de pilha de cubos no GeoGebra; explicar os passos para essa construção, as características e propriedades de um cubo, como, número de faces, vértices e arestas, área da face, área lateral e área total, volume e sua planificação.

Ensinar os passos para a construção de um cubo e depois sua planificação.

Criar com os alunos a partir da pilha de cubos um jogo de pirâmide numérica 3D com números inteiros (ver imagem 1)

Orientações para tarefa de casa: Cada dupla trazer o modelo planificado do seu cubo (imagem 2) construído no GeoGebra e construir um modelo de pirâmide numérica como o exemplo (imagem 1 - Letra a) adição para cima, subtração para baixo; b) subtração para cima adição para baixo; c) multiplicação para cima divisão para baixo; d) divisão para cima multiplicação para baixo)

2º Aula: Corrigir tarefa de casa: Desafiar os alunos a partir da planificação do seu cubo, construir os cubos com papelão e transformar a pirâmide numérica construída em casa em um jogo de pilhas de cubo 3D, onde cada jogador deve como um quebra cabeças descobrir o segredo (operação matemática) e montar a pilha de cubos.

### AVALIAÇÃO:

Nesta atividade os estudantes serão avaliados de forma contínua quanto ao seu engajamento e desempenho no processo, aos conteúdos desenvolvidos, as habilidades propostas a serem alcançadas, a metodologia utilizada e a aprendizagem dos alunos quanto a compreensão e construção dos conceitos, procedimentos e atitudes, mostrando assim as habilidades e competências que conseguiram desenvolver ao longo da aprendizagem matemática.

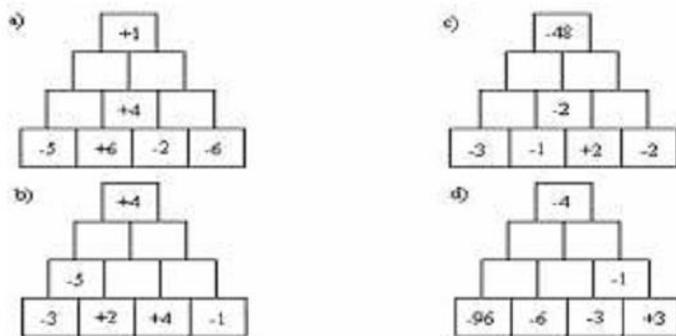


Imagem 1

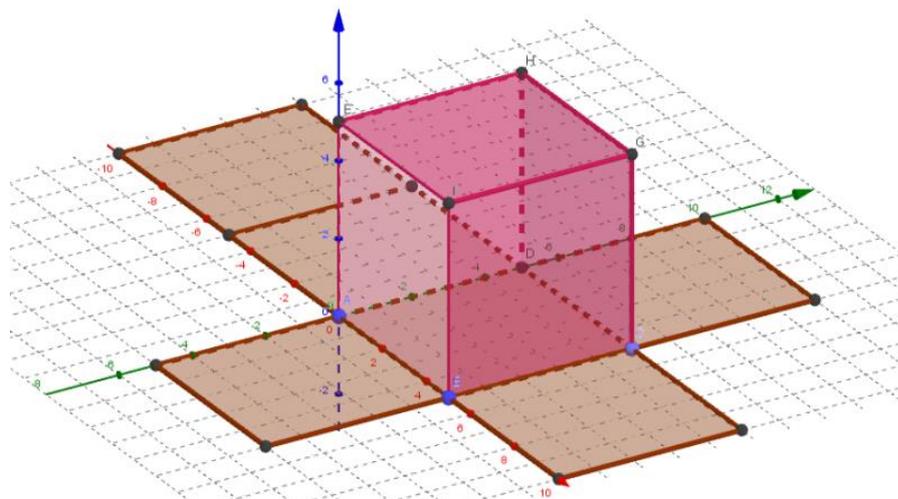
Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Em sua descrição, o cursista cita o uso do GeoGebra em todos os momentos da aula, sendo que inicialmente a construção seria exposta para os alunos: “Expor no projetor a construção já pronta de um exemplo de pilha de cubos no GeoGebra; explicar os passos para essa construção, as características e propriedades de um cubo, como, número de faces, vértices e arestas, área da face, área lateral e área total, volume e sua planificação”. Em nossa interpretação num primeiro momento é utilizado a MG e em seguida a MM, porém

com o excerto que dá sequência ao texto: “Ensinar os passos para a construção de um cubo e depois sua planificação” ele falaria sobre os passos da construção do cubo, e, em nossa leitura apesar de se falar sobre a MG, o destaque é para a MM, deixando a ênfase na MG para o segundo momento e principalmente para o momento em que os próprios alunos construiriam suas pilhas de cubos.

A Figura 40 apresenta a construção do professor para o cubo e sua planificação:

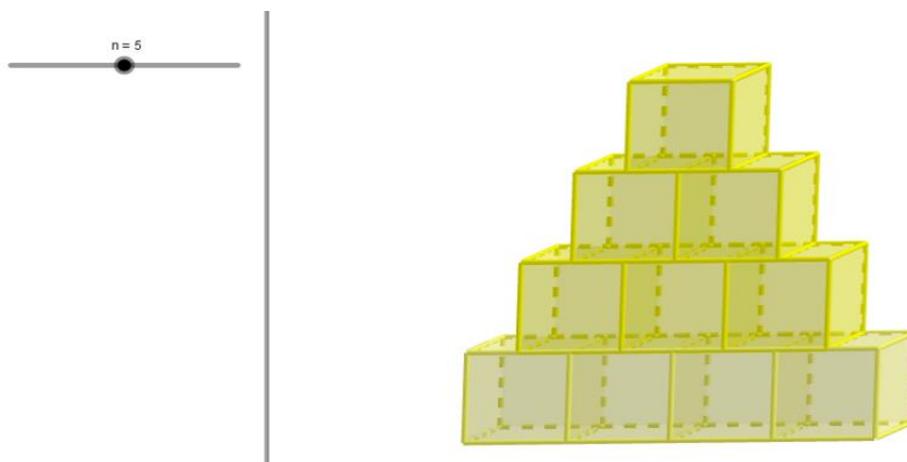
Figura 320: Print da construção C130P1



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

Nos próximos passos ele alterna entre o uso da MG e da ME: “Criar com os alunos a partir da pilha de cubos um jogo de pirâmide numérica 3D com números inteiros (ver imagem 1)” A imagem 1 a que se refere, é um exemplo de como seria a pilha de quadrados do jogo que os alunos deveriam construir, no GeoGebra em 3D como na Figura 41:

Figura 331: Print da construção C130P2



Fonte: fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

No próximo excerto temos mais indícios do uso da MG: “2º Aula: Corrigir tarefa de casa: Desafiar os alunos a partir da planificação do seu cubo, construir os cubos com papelão e transformar a pirâmide numérica construída em casa em um jogo de pilhas de cubo 3D, onde cada jogador deve como um quebra cabeça descobrir o segredo (operação matemática) e montar a pilha de cubos.” Porém percebemos que a partir da construção do GeoGebra os alunos teriam que reproduzir o modelo criando uma construção com papelão, e nos dá indícios do uso da ME. Por isso ao nosso olhar essa aula se inicia com a MM, passa pela MG e é finalizada com a ME.

No Quadro 24 apresentamos os resumos das aulas propostas que classificamos como MM → MG → ME:

Quadro 24 : Resumos das aulas MM → MG → ME

C117	<p>Primeiramente, falar sobre o QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS. Evidenciado para os alunos que este produto uma multiplicação, do tipo:  <math>(a+b)^2=(a+b).(a+b)=a^2+2ab+b^2</math>. m seguida, seguindo mesmo raciocínio do quadrado da soma de dois termos, evidenciar, algebricamente que o desenvolvimento do CUBO DA SOMA DE DOIS TERMOS, resulta em:  <math>(a+b)^3 = a^3+3ba^2+3ab^2+b^3</math> apresentar que, quando todas estas partes se “juntam” formam um cubo de aresta “a+b”.          Após este desenvolvimento, expor que, como se trata de um produto de três fatores iguais, geometricamente, isso representa o volume de um cubo de aresta a+b, e que o volume total depende dos valores de “a” e “b”.</p>
C120	<p>Trabalhar inicialmente na lousa a definição de paralelepípedo, como desenhar uma figura em 3D no quadro, sua planificação, seu volume e área do retângulo, com o auxílio do Datashow projetado, mostrarei a construção do sólido através do software GeoGebra. Assim o aluno irá visualizar a construção acompanhado de alguns questionamentos sobre cada passo. Assim, trabalhamos visualmente o volume de um Prisma ( em caso particular Paralelepípedo reto retangular de dimensões 3x4x5) bem como sua planificação e sua área total, de maneira lúdica em sala de aula Dessa forma ele perceberá a variação das dimensões do paralelepípedo (largura do comprimento e da altura), variação de volume, planificação e sua área total, bem como constatar ou entender melhor a 1ª aula</p>
C130	<p>explicar as características e propriedades de um cubo, como, número de faces, vértices e arestas, área da face, área lateral e área total, volume e sua planificação. Ensinar os passos para a construção de um cubo e depois sua planificação. Criar com os alunos a partir da pilha de cubos um jogo de pirâmide numérica 3D com números inteiros desafiar os alunos a partir da planificação do seu cubo, construir os cubos com papelão e transformar a pirâmide numérica construída em casa em um jogo de pilhas de cubo 3D</p>

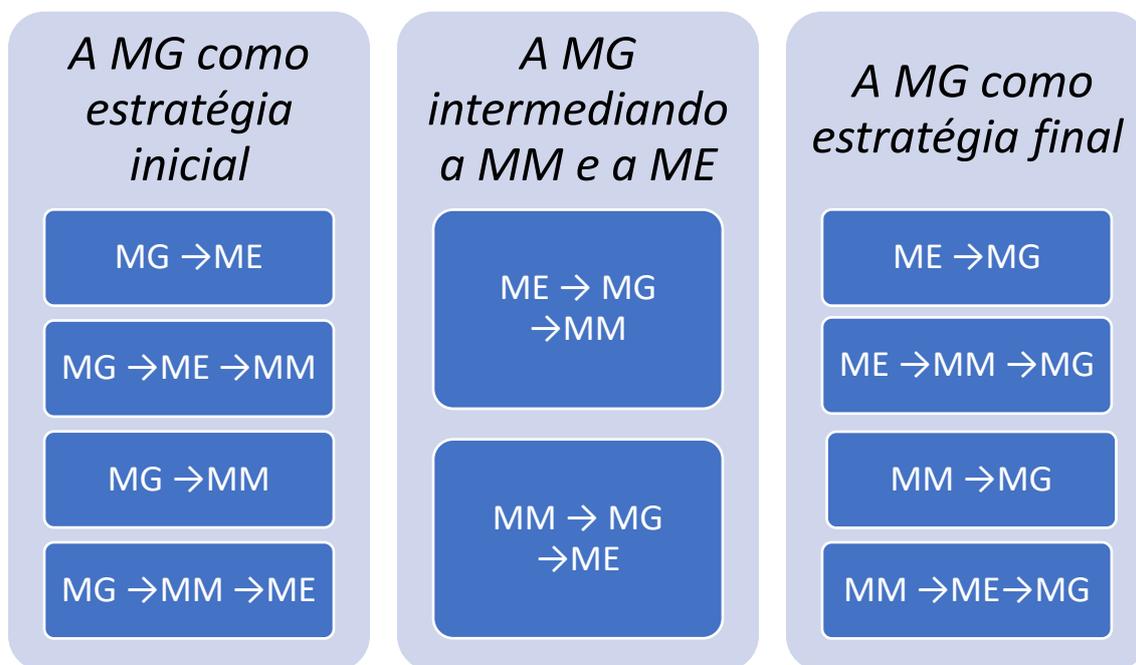
Fonte: elaborado pela autora a partir das postagens no fórum do curso de GeoGebra 17ª edição

O GeoGebra foi usado como recurso visual em duas postagens nesta categoria, de forma que os alunos iriam visualizar a variação de parâmetros pelos controles deslizantes, como o volume e a planificação. Uma postagem traz que iria ensinar o passo a passo da construção e deixar que os alunos construíssem a planificação. A MG aparece nessa aula com a explicação dos passos da construção e quando os alunos construíssem, nas outras duas postagens a MG com a variação dos controles deslizantes para a visualização da alteração das medidas.

## 8. RESULTADOS E INTERPRETAÇÕES

Durante nossa análise observando as direções encontradas nas categorias percebemos três características sobre como a MG está presente nas propostas de aulas fazendo assim três categorias principais:

Figura 42: As três categorias finais



Fonte: a autora

Na categoria **a MG como estratégia inicial** as direções encontradas foram MG → ME; MG → ME → MM; MG → MM; MG → MM → ME.

A MG sendo usada no início da aula foi a categoria que mais apresentou postagens em que os alunos iriam construir no GeoGebra. Também se destacaram as construções prontas que seriam manipuladas pelos alunos, e a visualização.

A MG apareceu quando os alunos vão construir seguindo um roteiro ou quando foi explicado o passo a passo da construção nas que os alunos iriam manipular ou visualizar, os professores apresentavam o GeoGebra antes, explicando seu funcionamento.

O GeoGebra foi usado em sua maioria como identificação e reconhecimento, também foi muito usado na dedução da fórmula, na definição. As formas de uso do GeoGebra que menos apareceram foram a resolução de problemas aplicações das fórmulas, generalização e comparação, interpretação e motivação.

Os conteúdos que mais apareceram foram os de prismas pirâmides volumes, elementos, poliedros. Associados a características elementos planificação, variação de controles deslizantes.

Na categoria *a MG intermediando a MM e a ME* as direções que encontramos foram  $ME \rightarrow MG \rightarrow MM$  e  $MM \rightarrow MG \rightarrow ME$ .

Quando a MG foi usada durante a aula intermediando a MM e a ME, a principal utilização foi para a visualização e para a variação de parâmetros, são eles altura, número de lados do polígono da base, a área do polígono da base, por meio de controles deslizantes e também a planificação. O GeoGebra foi usado como reconhecimento, definição, ilustração resolução de problemas e aplicação.

O conteúdo que mais apareceu foram cubos, paralelepípedos ou bloco retangulares que são prismas, e pirâmides. Apareceram poucas propostas de aulas sobre cilindro e cones

Na categoria *a MG como estratégia final* encontramos as direções  $ME \rightarrow MG$ ;  $ME \rightarrow MM \rightarrow MG$ ;  $MM \rightarrow MG$ ;  $MM \rightarrow ME \rightarrow MG$ .

Quando a MG foi usada no final da aula como estratégia final seu principal uso foi na visualização da variação de parâmetros como na planificação e na variação do volume por meio dos controles deslizantes. Se destacou também a exploração dos arquivos pela manipulação da construção e ou a interação com a construção.

O conteúdo mais abordado foi o de prismas, pirâmides poliedros e poliedros de Platão. Também apareceram postagens em que os alunos iriam construir no GeoGebra.

Percebemos que o GeoGebra foi visto como um recurso dinâmico, isto é, ele foi usado pela possibilidade de se mostrar o movimento e pela interação entre as janelas, relacionando elementos algébricos e geométricos. O GeoGebra foi usado para o reconhecimento, dedução da fórmula, ilustração, definição, revisão, identificação, demonstração e conferência.

Em nossa interpretação sobre essas três categorias principais, chegamos a uma compreensão de forma sintetizada sobre como um coletivo de professores pensam em atividades e produzem materiais para suas aulas com o GeoGebra.

Quando se pretende usar o GeoGebra no início da aula uma estratégia interessante é que se explique o funcionamento do GeoGebra, a interface suas ferramentas e funções e se disponibilize um roteiro para que os alunos sigam e usem como base para produzirem suas próprias construções. Quando se pretende usar o GeoGebra no decorrer da aula é interessante que o use na explicação das propriedades na resolução de problemas explorando a dinamicidade do software e a interação entre suas janelas. E quando se pretende usar o GeoGebra para finalizar uma aula é interessante que o utilize nas deduções de fórmulas e em demonstrações, para revisar conteúdos e conferir ou confirmar resultados de atividades, como forma de consolidar o que já foi aprendido.

A predileção por conteúdos como prismas, pirâmides e sólidos de Platão pode estar ligada ao currículo exigido e à própria BNCC que prioriza esses conteúdos e acabam menosprezando e até deixando de fora outros conteúdos da geometria espacial.

Vale ressaltar que este não é um roteiro e não significa que estas são as únicas formas de se usar o GeoGebra para se produzir significados matemáticos, pelo contrário, defendemos a exploração do GeoGebra em diferentes contextos e para os mais variados conteúdos de matemática quanto possível, essas são apenas sugestões que surgiram de nossas interpretações sobre a perspectiva de professores que em coletivo estão remodelando como pensam suas aulas.

## 9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa intenção com este trabalho foi conhecer as direções em que o trânsito entre os modos de produção de significados matemáticos assumiram nas propostas de aulas produzidas pelos cursistas da 17ª edição do curso de GeoGebra sobre a geometria espacial. Em nossa análise e interpretação encontramos três categorias principais sobre como se comporta o trânsito entre os modos de significados matemáticos a considerar a Matemática do GeoGebra (MG). Nas produções dos professores existem aspectos que escapam dessas categorias, que fogem dos nossos objetivos, mas que não deixam de ser importantes em uma aula.

Na categoria *a MG como estratégia inicial* as direções encontradas foram  $MG \rightarrow ME$ ;  $MG \rightarrow ME \rightarrow MM$ ;  $MG \rightarrow MM$ ;  $MG \rightarrow MM \rightarrow ME$ . Esta foi a categoria em que mais apareceram propostas que indicavam que os alunos iriam realizar construções no GeoGebra apesar da maioria das propostas levarem construções prontas para os alunos visualizarem ou explorarem, grande parte sendo pela variação de controles deslizantes associados ao volume, à planificação e às dimensões de prismas pirâmides e poliedros. Também foi a que mais apresentou propostas em que os alunos iriam seguir um roteiro para a construção e que seria explicado o passo a passo da construção antes de apresentar os arquivos para os alunos.

Na categoria *a MG intermediando a MM e a ME* as direções que encontramos foram  $ME \rightarrow MG \rightarrow MM$  e  $MM \rightarrow MG \rightarrow ME$ . Quando a MG foi usada durante a aula, intermediando a MM e a ME se destacaram as propostas que envolviam a resolução de algum problema, porém a principal utilização foi voltada para a visualização, como o reconhecimento de propriedades e a ilustração do movimento da planificação e da variação de parâmetros por meio de controles deslizantes como a altura e a área do polígono da base de prismas e pirâmides, propostas que exploravam o cubo apareceram nesta categoria com maior frequência.

Na categoria *a MG como estratégia final* encontramos as direções  $ME \rightarrow MG$ ;  $ME \rightarrow MM \rightarrow MG$ ;  $MM \rightarrow MG$ ;  $MM \rightarrow ME \rightarrow MG$ . Nesta categoria o principal uso do GeoGebra foi voltado para o conteúdo de prismas, pirâmides e poliedros, na visualização da variação de parâmetros como na planificação e na variação do volume por meio dos controles deslizantes. Se destacaram propostas que sugeriram atividades relacionadas com a dedução de fórmulas e demonstrações. Grande parte das propostas de aula sugeriram que os alunos iriam interagir com um arquivo pronto, algumas também mencionaram que os alunos construiriam seus arquivos em aula. Em comparação com as outras categorias esta apresentou propostas usando o GeoGebra com o objetivo revisão de conteúdo e também para atividades

voltadas para a conferência ou confirmação de temas já estudados ou de cálculos de área e volume.

Sabemos que o GeoGebra é uma ferramenta que comporta atividades e ou construções que vão além da visualização, como as deduções de fórmulas, a compreensão de definições e propriedades, e as demonstrações. Nossos resultados apontaram propostas de aulas com esses objetivos nas três categorias principais, com destaque para construções que abordariam as características, propriedades, elementos que aqui chamamos de definições e as de dedução de fórmulas de volume e de área.

Apesar dessas postagens, vimos que mesmo se tratando de um curso específico para o uso do GeoGebra, em muitas postagens, a maioria das propostas de aula usaram o GeoGebra pelo seu aspecto visual, ou seja, usaram o GeoGebra para a visualização dos objetos tridimensionais comuns da geometria espacial, como prismas pirâmides e sólidos de Platão. Tem algo de errado em usar o GeoGebra para esse fim? Não. Principalmente se tratando de geometria espacial, sendo necessário que se tenha conhecimento do tridimensional e a visualização pode colaborar com a abstração (GONÇALVES, 2016). Principalmente se essa visualização esteja vinculada ao aspecto dinâmico, ao movimento dos objetos que o GeoGebra permite, afinal uma imagem estática pode ser vista em outros lugares que não no GeoGebra.

Por esses motivos defendemos a importância de se conhecer mais sobre a MG e como ela acontece na aula, pois está ligada à necessidade de saber usar o GeoGebra e lidar com suas particularidades. Isto é, “é evidente a contribuição significativa deste tipo de tecnologia no ensino de geometria espacial, no entanto para que estas contribuições ocorram é necessária, além do conhecimento do *software*, a aprendizagem de técnicas instrumentais específicas” (SANCHEZ, 2018, p.81). A matemática do GeoGebra não está presente somente na linguagem dos usuários do GeoGebra que nesse caso são os professores, mas também entre os alunos no momento em que passam a interagir com o GeoGebra .

Por fim, para além de nossos objetivos já explicitados também foi nossa intenção chamar a atenção para se entender como o aluno aprende, para que a aula seja planejada com a intenção de ajudar esse aluno a aprender, por isso é importante se pensar na forma como o transitar entre as matemáticas será utilizado.

Usar da Matemática do GeoGebra, conhecer a Matemática do GeoGebra, se torna relevante quando se pretende que alguém aprenda matemática com o GeoGebra, pois é preferível que este aluno conheça o GeoGebra, suas ferramentas, suas possibilidades, para que possa explorar o *software* e conseqüentemente acessar novas possibilidades de se

produzir significados matemáticos com o GeoGebra, para se usar das suas potencialidades, para se resolver problemas com o GeoGebra, para se fazer matemática com o GeoGebra.

## 10. REFERÊNCIAS

- ATHIAS, A; FERREIRA, G. F., DANTAS, S. C.; GONÇALVES, W. V. **Curso de Geogebra**: Edital da 18ª edição. Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR – Campus Apucarana. Paraná, 2021
- BITTARELLO, M. L. **Contribuições do software GeoGebra para a aprendizagem da geometria espacial no Ensino Médio**. 2018. 63 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade De Passo Fundo, 2018.
- BORSOI, C. **GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial**. 2016. 159f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Porto Alegre – RS, 2016.
- BORSOI, C. Situações geométricas espaciais no GeoGebra 3D. **Anais do VII Congresso Internacional do Ensino da Matemática** – ULBRA. Canoas – RS. 2017.
- BORTOLOSSI, H. J. O Uso do Software gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 429-440, 2016.
- BORUCH, I. G. de S; SCALDELAI, D. Método de Newton para resolução de sistemas não lineares: uma abordagem gráfica no software GeoGebra. **Colóquio Luso-Brasileiro de Educação-COLBEDUCA**, v. 1, p. 485-497, 2016.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Tradução: Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRAGAGNOLLO, K. F. **Discussões e Produções dos participantes da 12 edição do curso de GeoGebra relacionadas ao Teorema de Pitágoras**. 2018. 56 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado de Mato Grosso Carlos Alberto Reyes Maldonado. Barra do Bugres, 2018.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996. Brasília,1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BUSSOLOTTO, D. **Gênese instrumental do GeoGebra 3D: um estudo no ensino médio normal/magistério**. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de matemática)- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e Estatística. 2019.
- CHAVES, J. A. de F. **O uso do software GeoGebra 3D no ensino da geometria espacial**. 2018. 51 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas. Disponível em <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/18315>> acesso em 28/04/2022

DA SILVA, R. S. R.; HONORATO, V. Sobre o processo de elaboração de atividades matemáticas com o GeoGebra 3D. **Revista BoEM**, v. 6, n. 11, p. 336-355, 2018.

DANTAS, S. C.; LINS, R. C. Reflexões sobre Interação e Colaboração a partir de um Curso Online. **Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 57, p. 1-34, 2017.

DANTAS, S. C. **Design, implementação e estudo de uma rede socioprofissional online de professores de Matemática**. 2016. 229 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2016.

EVES, H. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Geometria tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

GONÇALVES, W. V. **O transitar entre a Matemática do Matemático, a Matemática da Escola e a Matemática do GeoGebra: Um estudo de como Professores de Matemática lidam com as possibilidades e limitações do GeoGebra**. 2016. 240 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - Faculdade de Ciências, Bauru/SP, 2016.

GONÇALVES, W. V., et al. **Tecnologias digitais para formação inicial e continuada de professores de matemática: composição, implementação e estudo de uma tecnológica com base no GeoGebra, ambiente Moodle e o conceito de interação colaborativa**. Projeto de pesquisa (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso) – Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres - MT, 2016

LEIVAS, J. C. P. Ensino de Geometria: uma experiência investigativa em uma aula de mestrado profissionalizante. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n. 4, p. 1181-1199, 2014.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: M. de C. Borba; M. A. V. Bicudo (Orgs.); **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 1a ed., p.92–120, 2004. Cortez.

LOVIS, K. A.; et al. Um estudo comparativo sobre as habilidades geométricas de um grupo de alunos da educação básica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 1, 2018.

MARQUETTI, C. **O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) . Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2015.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, v.9, n. 2, p.191-211, 2003

MORAES, R. ;GALIAZZI M. do C. Análise Textual Discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência & Educação**, v. 12, n. 1, p. 117- 128, 2006

MORAES, R; GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva**. 3ª ed., Ijuí -RS: Editora Ijuí, 2016

MORETTI, M. T; BRANDT, C. F. Construção de um Desenho Metodológico de Análise Semiótica e Cognitiva de Problemas de Geometria que Envolvem Figuras. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

NOVAK, T. C. U. N.; PASSOS, A. M. A utilização do origami no ensino da geometria: relatos de uma experiência. **Portal educacional do Estado do Paraná**. Secretaria da Educação e do Esporte. v. 10, n. 01, p. 2013, Curitiba – Paraná, 2012. <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>>, Acesso em 02/01/2021

OLIVEIRA, A. M. de; RECENA, M. C. P. A investigação temática e a análise textual discursiva: busca por temas geradores. **Anais do VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Florianópolis, SC, 2009. Disponível em: <<http://axpfep1.if.usp.br/~profis/arquivos/viienpec/VII%20ENPEC%20-%202009/www.foco.fae.ufmg.br/cd/pdfs/1100.pdf>> acesso em 14/06/2018

OLIVEIRA, R. A. de; **Produções sobre Derivadas de Funções Reais com GeoGebra em um curso de extensão online para Professores de Matemática**. 2020. 201 f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade do Estado de Mato Grosso Carlos Alberto Reyes Maldonado. Barra do Bugres, 2020.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico** / – 2. ed. – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SANCHEZ, J. B. dos P. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre Geometria Espacial: período 2007 a 2017**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2018.

SANTOS, J. R. V. dos; DALTO, J. O. Sobre Análise de Conteúdo, Análise Textual Discursiva e Análise Narrativa: investigando produções escritas em Matemática. **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Petrópolis, RJ, 2012.

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática a interação com tecnologias. **Ciência e Natura**, v. 34, n. 1, p. 23–38, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/9352>> . Acesso em: 13 nov. 2020.

SILVA. E. L. da; MENEZES. E. M. **Metodologia da Pesquisa e elaboração de dissertação**. 3. ed. vem. atual. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. p.20.

SILVA, M. J. F. da; ALMOULOU, S. A. Um Modelo Epistemológico de Referência para o estudo da planificação de superfícies de pirâmides triangulares. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 3, 2018.

## APÊNDICES

Para acessar o projeto do *MAXQDA* completo com todas as 137 postagens na íntegra basta baixar o projeto disponibilizado no link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1BNk1hlt6hVHLTWd0DQ9z5XO7v0CVPXyl?usp=sharing>

Para visualizar o projeto é necessário ter acesso ao programa *MAXQDA READER 2018* que é de acesso gratuito e pode ser baixado no link:

<https://www.maxqda.com/products/maxqda-reader>